

# タートルグラフィックスをJで(2) 平面の多角形による埋尽し

SHIMURA Masato  
jcd02773@nifty.ne.jp

2011年9月22日

## 目次

1	正五角形	2
2	亀甲=六角形	6
3	毘沙門亀甲	8
4	正7角形	10
5	花燭光	12
6	さい型	15

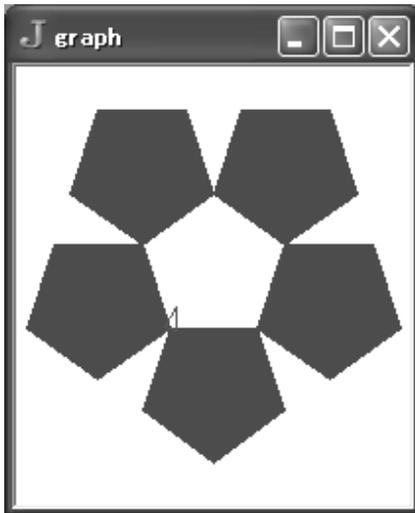
## 概要

Jにタートルグラフィックスの機能が備わっている。これを用いて正5角形から正8角形まで6種の埋尽くしの図を描く。

## はじめに

三角形、四角形と六角形は単一の図形で埋め尽くせることは古代ギリシャのピタゴラスが証明している。

正 $n$ 角形を拡大再生産方式で描く。一個の多角形の周りを左回り(右回りのほうが描きやすいときは右回り)の渦巻きで順次埋めていく。



```
repeat 5;' rt 72 fd 1'
show repeat 5;' rt 72 fd 1'
```

## 0.1 文法事項

ループ タートルグラフィックスのテキスト展開による反復の書式

```
repeat 5;' rt 72 fd 1'
```

クオートとスペース クオートの後には一個のスペース ( ) が必要であり、空けないとテキストがくっついてエラーとなる。

fd rt lt タートルグラフィックスの方向指示 (rt= right turn lt=left turn) は  $n$  角形の各頂点で外角分だけ方向を変える。  
fd=foward で前進 bk=backward

## 0.2 多角形の内角和と外角和

多角形の内角和と外角和は次により求められる

$$n \text{ 角形の内角和} = 180^\circ \times n - 360$$

$$\begin{aligned} n \text{ 角形の外角和} &= 180^\circ \times n - \text{内角和} \\ &= 180^\circ \times n - (180^\circ \times n - 360) \\ &= 360 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 180 \times 5 - 360 &= 540 \\ 540/5 &= 108 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 180 \times n - (180 \times n - 360) &= 360 \\ 360/5 &= 72 \end{aligned}$$

# 1 正五角形

正五角形のみでは全部は埋まらない。平行四辺形を加えた(隙間が平行四辺形になる)準形式で埋めることができる。

## 1.1 正五角形

もうお馴染みの正五角形であるが、この例は最初に底辺を水平にして時計回りに描いている。正五角形のみ描くと、平行四辺形は隙間として顕れる。

正五角形の定義 . 正五角形の内角は  $144^\circ$ 、外角 (補角) は  $72^\circ$  となる。最初の左  $17^\circ$  は正座のための左傾

```
phn=: lt 18 fd 1 repeat 4 rt 72 fd 1      NB. numeric
pht=: 'lt 18 fd 1', repeat 4 ;' rt 72 fd 1' NB. text
```

数値形式 クォートを用いないといきなり数値に展開する。タートルは尺取虫方式であり、show の方で図形に直す操作をしているようだ。

```
5 6 $ phn
0 0.951057j0.309017 1 1 1 2 NB. lt 18 fd 1
0 0.309017j_0.951057 1 1 1 2 NB. rt 72 fd 1
0 0.309017j_0.951057 1 1 1 2 NB. repeat
0 0.309017j_0.951057 1 1 1 2
0 0.309017j_0.951057 1 1 1 2
```

Text 展開 pht はテキスト展開の書式であり、クォートで囲む。最後に show が一括して数値展開する。本稿は寄木の規則を探るためテキスト展開を用いる。

```
pht
lt 18 fd 1, rt 72 fd 1, rt 72 fd 1, rt 72 fd 1, rt 72 fd 1
```

## 1.2 部品を作る

図 を書き下ろすと次のようになる。最初の五角形は地に座っている

```
show (' lt 18 fd 1',repeat 4;' rt 72 fd 1'),(repeat 4; ' lt 72 fd 1')
,(repeat 4; ' rt 144 fd 1', (repeat 3;' lt 72 fd 1'))
```

法則を見つけ、簡略化するためにモジュール化する。

正五角形の4辺, 3辺 penta0=: lt 18 fd 1 ,repeat 4 rt 72 fd 1 NB. No. 0 pentagon

```
NB. -----parts-----
penta1=: lt 36 fd 1 ,repeat 3 rt 72 fd 1 NB. No. 1
penta10=: lt 36 fd 1 ,repeat 2 rt 72 fd 1 NB.
penta2=: lt 144 fd 1 ,repeat 3 rt 72 fd 1 NB. No. 2-5
penta20=: lt 144 fd 1 ,repeat 2 rt 72 fd 1 NB.
penta3=: lt 72 fd 1 ,repeat 3 rt 72 fd 1
penta30=: lt 72 fd 1 ,repeat 2 rt 72 fd 1
```

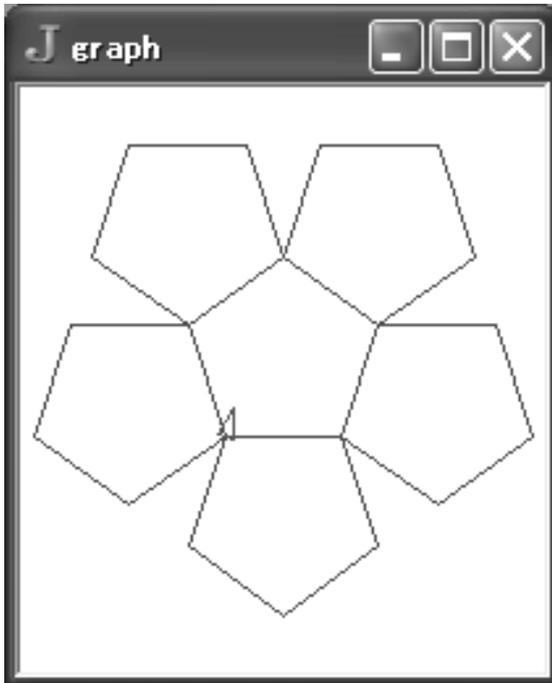
渡し 拡大再生産方式は終端が内側に入るので外へ出して次の図形と繋げなければならない。タッチパネルやマウスによるドラッグはタートルグラフィックスの外で用意しなければならない。

pu(penup), pdn(pendown) を使えば正確だが煩瑣になるので用いず、上書きした。紙に書くのとは異なり、正確に上をなぞれば線は太くはならない。

```
NB. -----watari-----
penta6_watari=: lt 144 fd 1 NB. turn back
penta16_watari=: rt 180 fd 1 NB. return
```

## 1.3 penta5

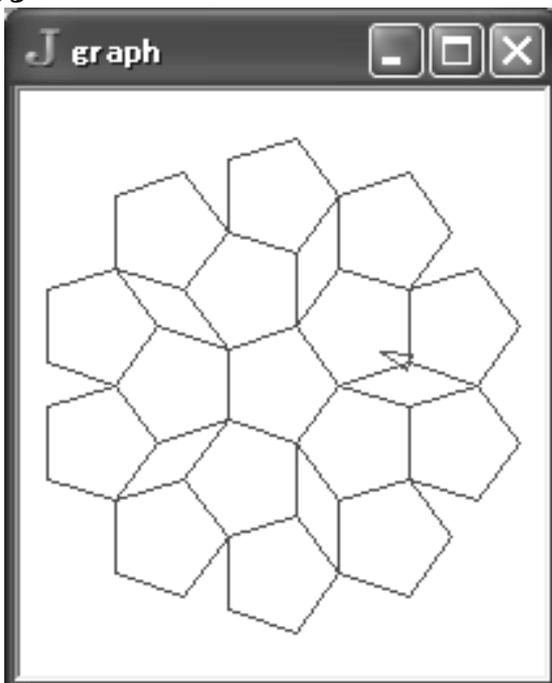
正五角形の各辺と正五角形が接するパターン



```
penta5=: penta0,penta1,repeat 4 ,( penta2)
NB. show fill penta5
```

## 1.4 penta15

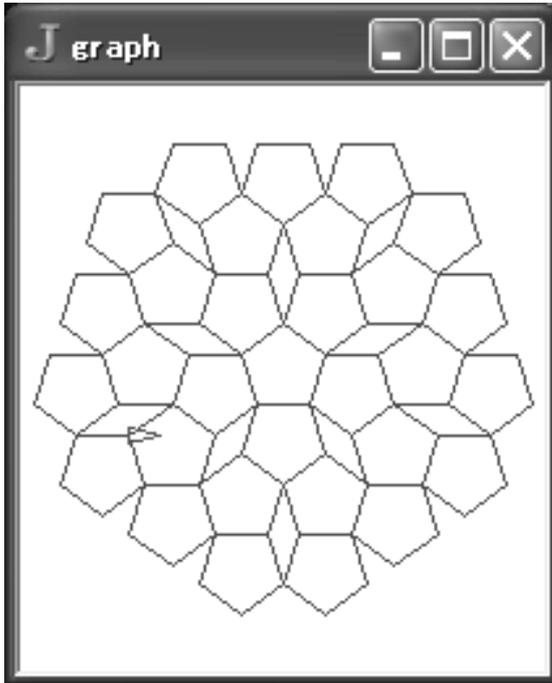
penta5 の外に向いた 2 辺に正五角形を載せる。空間が平行四辺形になる。今後の拡大には渡りの部分が多少複雑である



```
NB. ——penta15——
penta6=: penta1,penta2
penta15=:penta5,penta6_watari,penta6,repeat
,(penta8_watari, penta6)
NB. show color 128 255 255 fill penta15
```

### 1.5 penta35

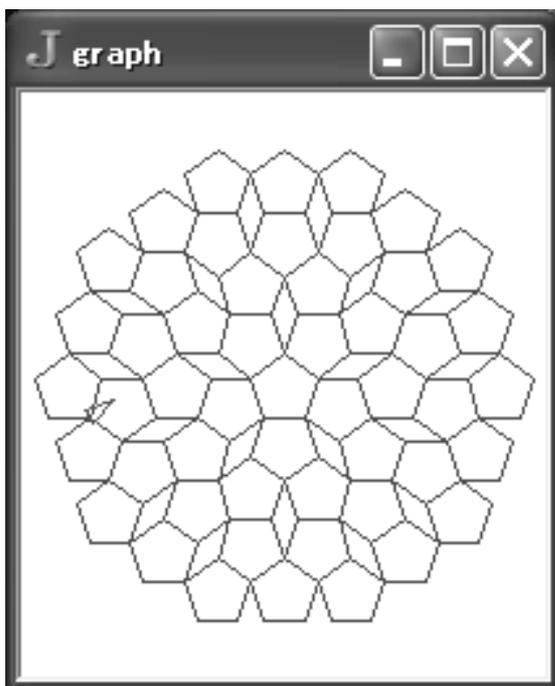
ペンローズやマッケイの2種類の寄せ木も正五角形を基にしている。伏見「美の幾何学」はこの図よりも空間の多い正五角形の埋め込みを描いている。



```
NB. ----- penta35-----
penta16=: penta3,penta2
penta18=: penta1,penta20,penta2
penta35=:penta15,penta16_watari,penta16,(repeat 5 ; penta8_watari,penta18)
NB. show penta35
```

### 1.6 penta55

少々複雑だが図形を追っていけば描ける。どこまでも正五角形と平行四辺形の2種類で乱れは生じない。



```
NB. -----penta55-----
penta37=: penta2, penta8_watari,penta1,penta8_watari,penta1,penta20
penta55=: penta35,penta16_watari,penta3,(repeat 5;penta37)
show penta55
```

## 2 亀甲=六角形

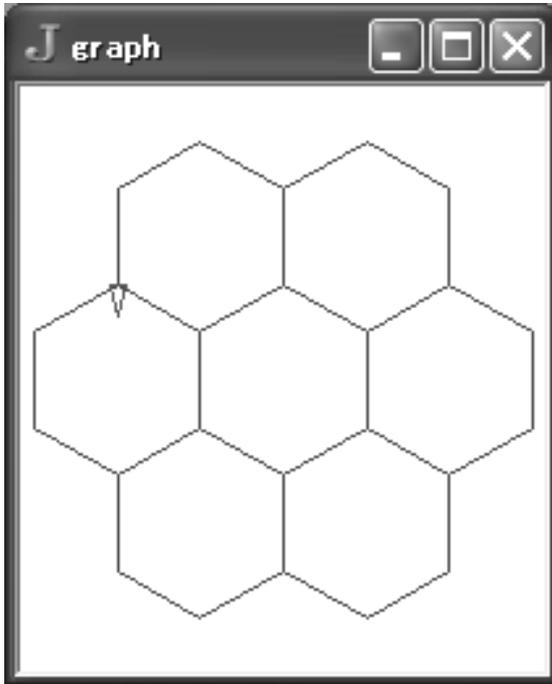
正六角形は単独で埋め尽くせる。正六角形の亀甲やその2辺を伸ばした亀甲菱は古くから着物や千代紙の文様に用いられている。亀甲の中に何重かの亀甲を入れ子にしたり、花文様を入れたものが多いがここでは幾何デザインに限定しておこう

### 2.1 部品

単純な部品と少ない渡りで組み立てることができる。

```
hex0=: repeat 6 ;' rt 60 fd 1'
NB. -----
hex01=: repeat 5 ;' rt 60 fd 1'
hex02=: repeat 4 ;' rt 60 fd 1'
NB. -----
hex10=: repeat 5 ;' lt 60 fd 1'
hex11=: repeat 4 ;' lt 60 fd 1'
hex12=: repeat 3 ;' lt 60 fd 1'
NB. -----
hex21=: ' rt 180 fd 1',hex11
hex22=: ' rt 180 fd 1',hex12
```

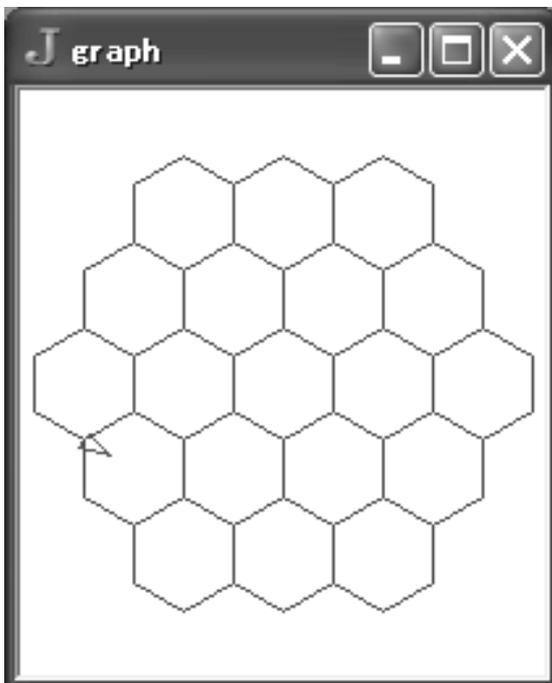
## 2.2 hexa3



hex3=: hex0,hex10,hex01

hex7=: hex0,hex10, (repeat 4 ; hex21),hex22

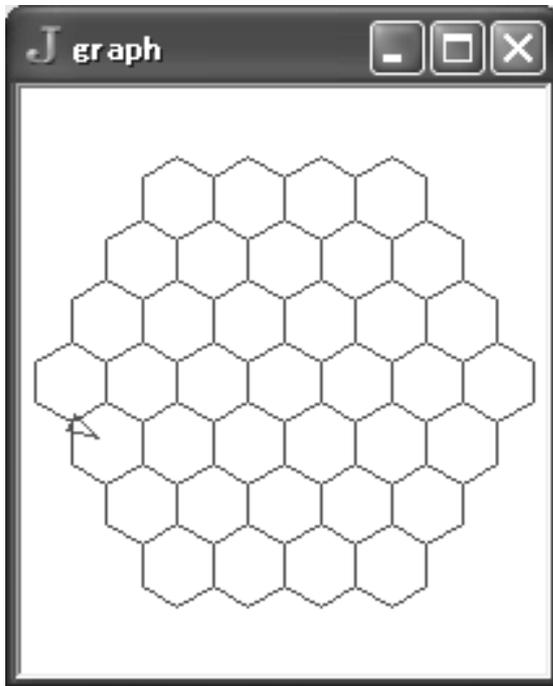
## 2.3 hexa19



hex19=: hex7,hex21,

(repeat 6;( hex21,hex22)),hex22

## 2.4 hexa37

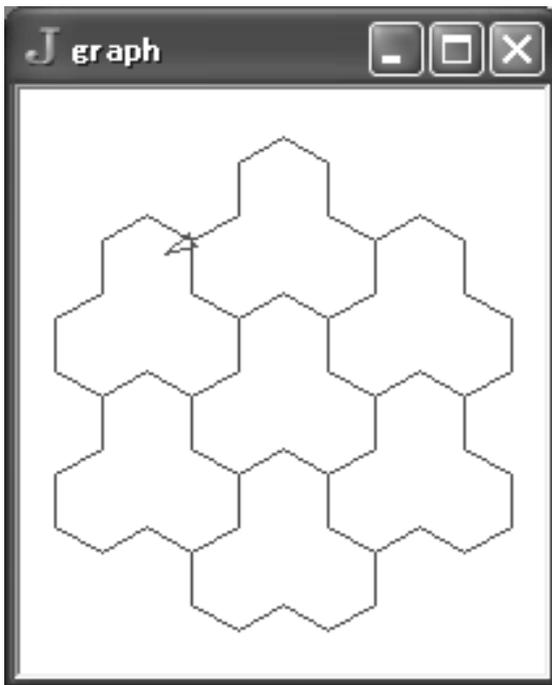


```
hex37=: hex19,hex21,hex22,
(repeat 5; hex21,hex22,hex22),hex22
```

## 3 毘沙門亀甲

北方世界と財宝の守護神毘沙門天の宝鉢を模った綺麗で縁起のよい図形である。  
角度は全て  $60^\circ$  で右ターンと左ターンの組み合わせで描く。

```
pr0=: ' rt 60 fd 1 rt 60 fd 1'
pr1=: ' rt 60 fd 1 lt 60 fd 1'
bk0=: repeat 3 ; pr0,pr1
```



bk7=: bk0,bk1,bk2,bk3,bk2,bk3,bk21

### 3.1 部品

NB. -----parts-----

pr0=: ' rt 60 fd 1 rt 60 fd 1'

pr1=: ' rt 60 fd 1 lt 60 fd 1'

pr2=: ' lt 60 fd 1 rt 60 fd 1'

pr3=: ' lt 60 fd 1 lt 60 fd 1'

NB. -----

pb0=: ' lt 180 fd 1 lt 60 fd 1'

pb1=: ' lt 180 fd 1 rt 60 fd 1'

NB. ----origin piece-----

bk0=: repeat 3 ; pr0,pr1

NB. show bk0

bk1=: pr2,pr3,pr2,pr3,pr2

NB. attach pieces

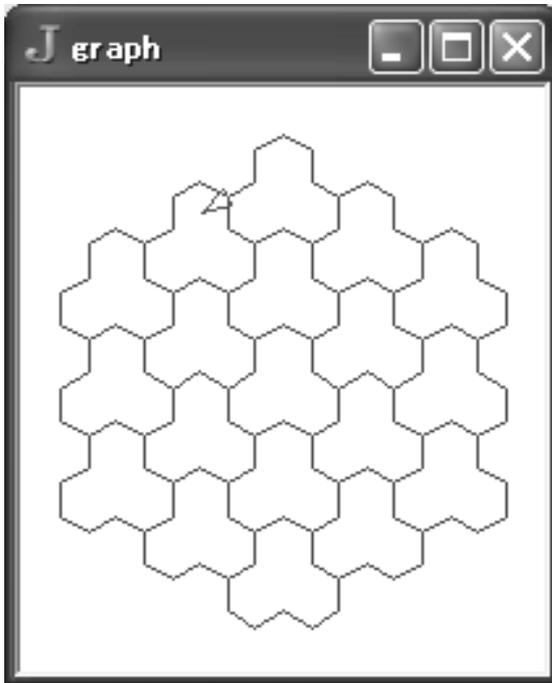
bk2=: pb0,pr2,pr3,pr2,pr3

bk21=:pb0,pr2,pr3,pr2

bk3=: pb1,pr3,pr2,pr3,pr2

bk31=:pb1,pr3,pr2,pr3

## 3.2 毘沙門亀甲 19



bk19=: bk7,bk2,bk3,bk21,bk2,bk31,  
bk3,bk21,bk2,bk31,bk3,bk21,bk21

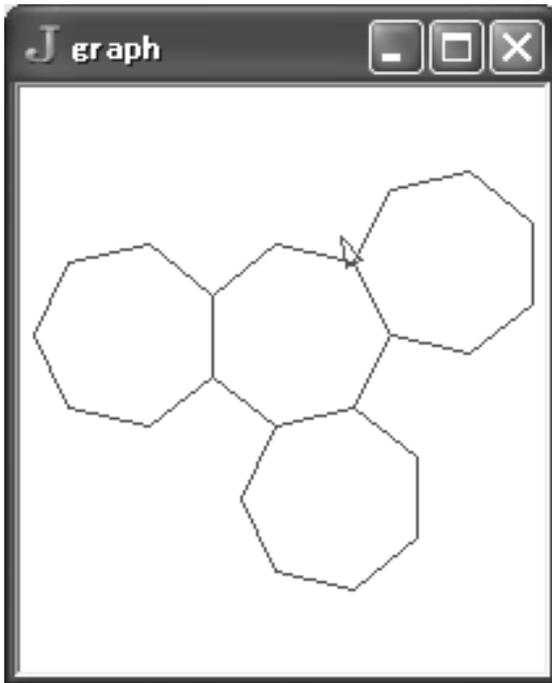
## 4 正7角形

あまり本に登場しない図形であるが描いてみた。

$$\frac{180 \times 7 - 360}{7} = 128.571$$

正7角形を並べた場合の外角は  $360 - 2 * 128.571 = 102.8571$  でここには正7角形は収まらず、更に正5角形の内角  $108$  度よりも狭い。製図板でもないで作図しにくい、いきなりタートルで手探りで描いてみよう

リアス式海岸のようで半端な角度は左回りに正7角形のみを描いていくと閉じない。従って渡りが次第に大仕掛けになってくる。

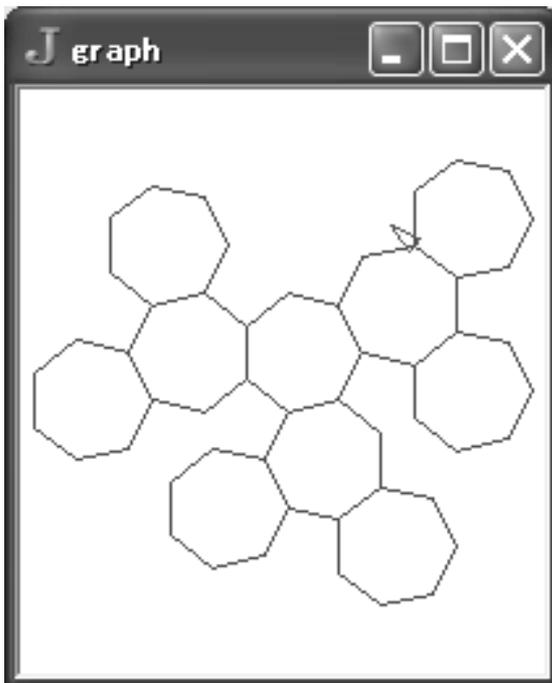


sept4=: se0,se1,sebk0,se0,sep0

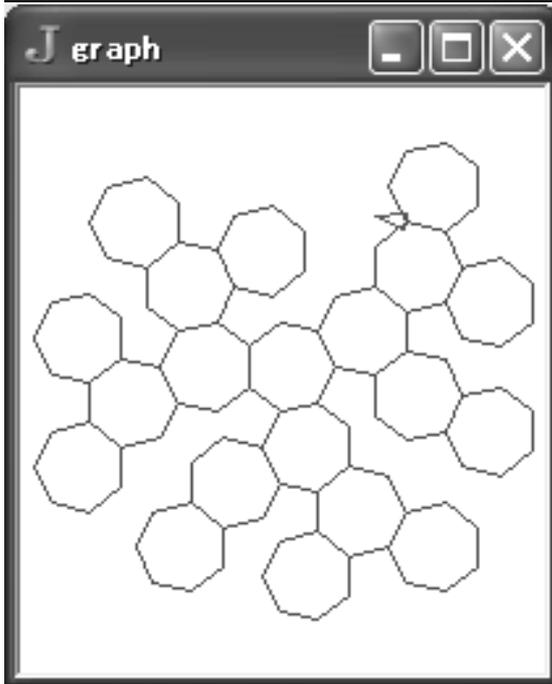
```

NB. =====septagon=====
r7=: 180 - 7%~ (180 * 7)- 360 NB. 51.4286
r71=: 180- +: r7 NB. 77.1429
se0=: repeat 7 ;,' rt r7 fd 1'
se1=: repeat 7 ;,' lt r7 fd 1'
NB. -----
sew0=: repeat 2;' lt r7 fd 1'
sebk0=: ' rt 180 fd 1' ,sew0
sew01=: ' rt r71 fd 1 lt r7 fd 1'
sew02 =:' rt r71 fd 1 rt r71 fd 1'
sew03=: ' rt r71 fd 1 rt r71 fd 1 '
NB. -----
sew1=: sew0,sew01
sew2=: sew0,sew03,' lt r7 fd 1'
sew3=: sew1,sew03,' lt r7 fd 1'
sew4=: sew1,sew02
NB. ---block pieces-----
sep0=: sew0,se0
sep1=: sew1,se0
sep2=: sew2,se0
sep3=: sew3,se0
sep4=: sew4,sew01,sew0,se0

```



sept11=: sept4,sep1,sep0,sep2,sep0,sep2,sep0



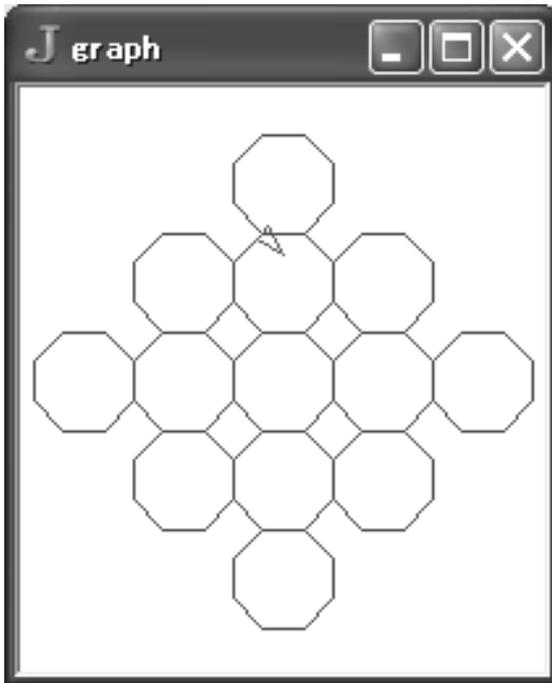
sept20=: sept11,sep3,sep0,sep2,sep0,  
sep4,sep2,sep0,sep4,sep2,sep0

## 5 花燭光

正八角形は菱形を伴って埋め尽くすことができる。八角形と菱形の中に花を描いたものは花燭光といわれ、天井絵にも用いられる。

$$\frac{180 \times 8 - 360}{8} = 135$$

$$135 \Leftrightarrow 45$$



```
focta4=: octa0,octa3,(repeat 3; octa16)
```

```
focta13=:focta4,octa14,octa16,octa16,octa18,octa16,octa18,octa16,octa18
```

NB. =====Hana Syokkou=====

NB. originpieces

```
ocp0=: ' rt 45 fd 1 rt 45 fd 1'
```

```
ocp21=: ' rt 45 fd 1 lt 45 fd 1'
```

```
ocp3=: ' lt 45 fd 1 lt 45 fd 1'
```

NB.-- back

```
ocb20=: ' rt 180 fd 1 rt 45 fd 1'
```

```
ocb22=: ' rt 180 fd 1 rt 90 fd 1'
```

```
ocb30=: ocb20,' rt 45 fd 1'
```

```
ocb31=: ocb20,' lt 45 fd 1'
```

```
ocb32=: ocb20,' lt 45 fd 1 rt 90 fd 1'
```

NB. --watari-----

```
ocw4=: repeat 3;' rt 90 fd 1'
```

```
ocw2=: repeat 2;' rt 90 fd 1'
```

NB. -----base compose-----

```
octa0=: repeat 8 ; 'rt 45 fd 1'
```

```
octa2=: repeat 7;' rt 45 fd 1'
```

```
octa3=: repeat 7;' lt 45 fd 1'
```

```
octa5=: repeat 6;' lt 45 fd 1'
```

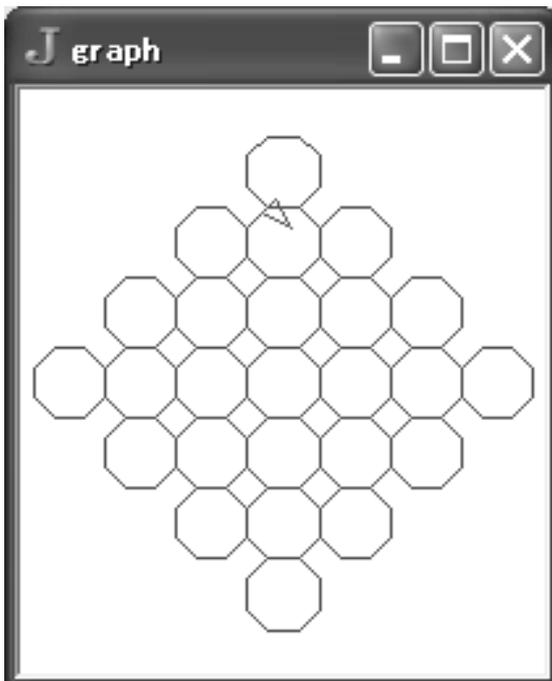
```
octa7=: repeat 4;' lt 45 fd 1'
```

NB. -----object-----

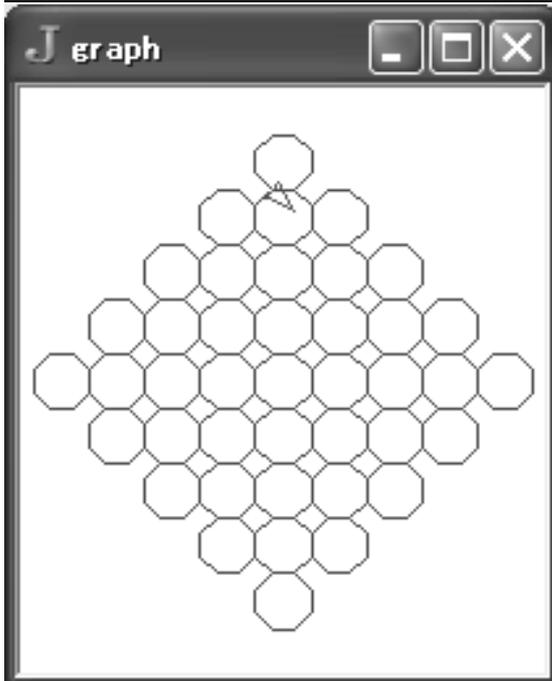
```
octa16=: ocw2,octa5
```

```
octa14=: ocw4,octa5
```

```
octa18=: ocb32,octa5
```



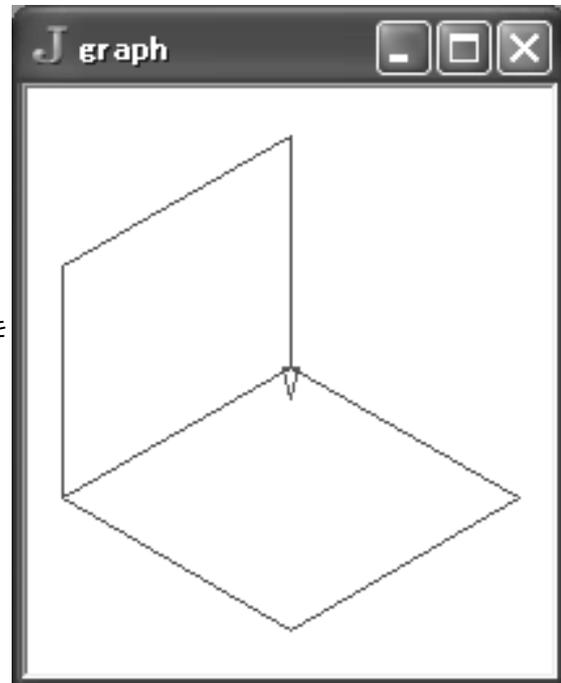
```
focta25=:focta13,octa14,octa16,octa18 , repeat 3 ;
(octa16,octa18,octa18)
```



```
focta41=:focta25,octa14 ,(repeat 2;
octa16,octa18,octa18),ocb32,octa5
focta41=: focta41 ,(repeat 2;octa16,octa18,octa18,octa18)
```

## 6 さい型

塞 賽とも通じるが下部は木で、邪霊を封じるの意。石を用いると砦。賽子と書いてさいころとよむ。

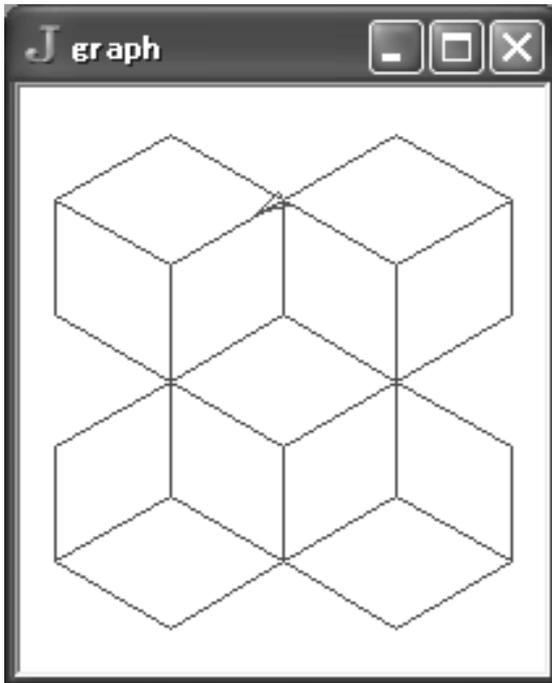


単純そうであるが左渦巻きで描くのは意外と複雑である。

2 個の平行四辺形は角度は  $60^\circ$  と  $120^\circ$  であるが、辺の長さは 1 つは全て  $\sqrt{5}$ 、他方は  $\sqrt{5}$  と 2 である。(  $ro5 = 2.23607 = \sqrt{5}$  )

直進,  $rt(60,120)$ ,  $lt(60,120)$  とステップ幅 ( $\sqrt{5}, 2$ ) の組み合わせで 12 パターンあり、これで平行四辺形を描くにの実際用いるオブジェクトを精選しつつ法則を探る

```
show ' rt 60 fd ro5 rt 60 fd ro5 rt 120 fd ro5 rt 60 fd ro5', ' rt 60 fd 2 rt 60 fd ro5 rt 120 fd 2'
```



```

ro5=: %:5
NB. ----parts
F2=: ' fd 2'
F5=: ' fd ro5'
NB. -----
R65=: ' rt 60 fd ro5'
R62=: ' rt 60 fd 2'
L65=: ' lt 60 fd ro5'
L62=: ' lt 60 fd 2'
NB. -----
R125=: ' rt 120 fd ro5'
R122=: ' rt 120 fd 2'
L125=: ' lt 120 fd ro5'
L122=: ' lt 120 fd 2'
NB. -----
R185=: ' rt 180 fd ro5'
R182=: ' rt 180 fd 2'

```

```

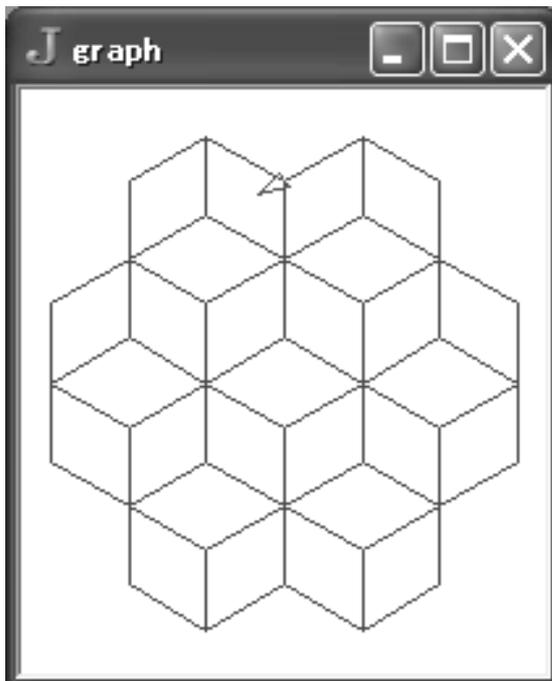
sai5=: (R125,R125,R65,R125),(L62,L125,L62),(F2,L65,L122),sa30,(F2,L65)
sai13=:sai5,(F5,L65,L125) ,sa32,sa73,sa31,sa90,sa32,sa73,sa31

```

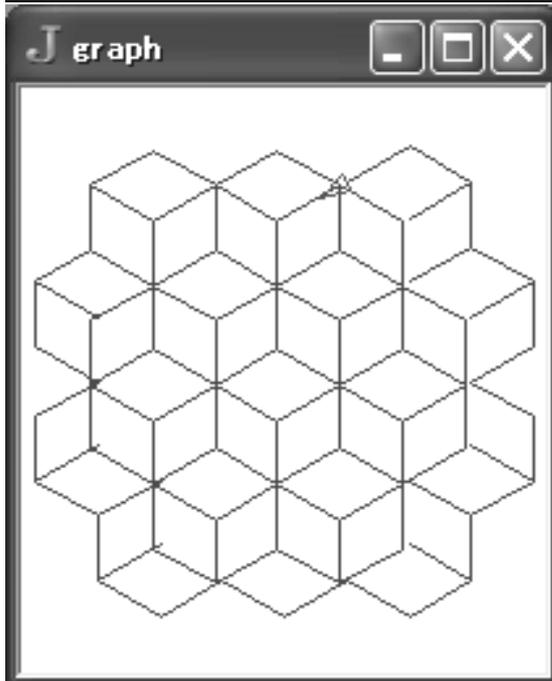
```

NB. -----writing block-----
sa30=: R182,L125,L62
sa31=: R185,L125,L65
sa32=: R185,L122,L65
sa33=: R185,L62,L125
sa34=: R182,L65,L122
sa35=: R185,L65,L125
NB. -----
sa70=: R122,L65,L122
sa73=: R125,L62,L125
NB. -----
sa90=: R65,L65,L125
sa91=: R65,L62,L125
sa92=: R62,L65,L122

```



```
sai27=: sai13,sa70,sa30,sa91,(R185,L125)
sai27=: sai27,sa32,sa92,sa30,sa34,sa30
sai27=: sai27,sa91,(R185,L125),sa32,sa92,(R182,L125)
sai45=:sai27,sa31,sa90,sa32,sa33,sa32,sa73
sai45=:sai45,sa31,sa33,sa31,(R65,L65),sa90,sa32,sa35
sai45=:sai45,sa32,sa73,sa31,sa33,sa31
```



```
sai45=:sai27,sa31,sa90,sa32,sa33,sa32,sa73
sai45=:sai45,sa31,sa33,sa31,(R65,L65),sa90,sa32,sa35
sai45=:sai45,sa32,sa73,sa31,sa33,sa31
```

## References

伏見康治 安野光雅 中村義作「美の幾何学」早川文庫 2010/中公新書 1979

小林一夫「日本の文様・江戸千代紙文様」日本ブオーグ社 2001

J602 J701 はトロントから DL 出来ます

<http://www.jsoftware.com>

スクリプトは次から DL できます

<http://japla.sakura.ne.jp> の Workshop AUG 2011