

2項分布、ベータ2項分布、その変形

統計数理研究所(名誉教授) 鈴木義一郎

平成6年1月～平成7年7月の10場所について、途中休場しなかった幕内力士の勝星数
 S=:0 0 6 13 24 38 53 37 102 54 10 17 17 7 5 3
 +/ S
 386

mean=:[:+/i.@#*]%+/ var=:[:+/([:*:i.@#-mean)*]%+/ mean S 7.54663 var S 6.367	右引数で与えた度数分布の期待値と分散を出力する関数
---------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------

```

bden=:3 :'(k!{:y)*(p^k)*(1-p=.{:y}^|.k=.i.>{:y}'
0.5*bden 0.5 4
0.03125 0.125 0.1875 0.125 0.03125
5j2":2 8$bden 0.5 15
0.00 0.00 0.00 0.01 0.04 0.09 0.15 0.20
0.20 0.15 0.09 0.04 0.01 0.00 0.00 0.00

```

AA=:386*bden 0.5 15]A="."3": AA 0 0 1 5 16 35 59 76 76 59 35 16 5 1 0 0		
mean A 7.5	var A 3.63542	mean W 7.5	var W 8.96134
]W="."3":386*(0.3*bden 0.3 15)+(0.4*bden 0.5 15)+0.3*bden 0.7 15 1 4 11 22 32 38 42 44 44 42 38 32 22 11 4 1 (3種類の2項分布の加重平均:分散の値が大きくなる!)			

beta=:[:*/!@<:"0)%[:!<:@+/ bbden=:3 :0 b=. (k+{:c),.({:c=>{:y}+ .k=.i.>:n=>{:y (k!n)*(beta"1 b)%beta c)	観測データから a,b を推定すると a=b=218/20.936=10.433
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------

ベータ 2 項分布 $BB(a, b; n)$ の期待値と分散は

$$\frac{na}{a+b}, \frac{nab(a+b+n)}{(a+b)^2(a+b+1)}$$

のように与えられる。

BB=:386*bbden(2#10.443);15]B=:".3": BB
		0 2 5 13 25 38 51 58 58 51 38 25 13 5 2
		0
mean B	var B	
7.5	6.10417	

B の分散は大分大きくなったが、7、8 勝のあたりでの適合がイマイチである。
 そこで、Y を 14 日までの勝星数がベータ 2 項分布 $BB(10.443, 10.443; 14)$ に従うものとし、
 千秋楽での勝ち負け Z は、

$$\Pr\{Z = 1 | Y = 7\} = 0.5 + \alpha \quad (\alpha \text{ は「奮起度(八百長度?)」})$$

$$\Pr\{Z = 1 | Y \neq 7\} = 0.5 - 0.176\alpha$$

のようになり、15 日間での勝星数分布には「Y + Z」で対応させる。