

## ピタゴラス数-J701 でやってみる

西川 利男

先月の例会で森沢氏によりピタゴラス数を求めるJのプログラムの発表があった[1]。同時に、志村氏よりJ701ブラウザ・コンピューティングの紹介があり、ぜひ試してみるようにとすすめられた[2]。

実は私自身も数年前、中野嘉弘、山下紀幸両氏といっしょに整数論にかなり凝ったことがあり、いろいろな問題をJでプログラムしてきた。

その頃の本[3]、などを引っ張り出して、ピタゴラス数を読み直した。そして、ちょうど良いのでJ701の練習をかねてやってみた。

直角3角形の斜辺をZ、他の2辺をX、Yとすると、有名なピタゴラスの定理は

$$X^2 + Y^2 = Z^2$$

となるが、このとき、(3, 4, 5), (5, 12, 13), ... のように(X, Y, Z)が整数値となる3つ組みの数がピタゴラス数である。

このような(X, Y, Z)の組は整数論の公式として以下のように得られる。

$$m^2 - n^2, \quad 2mn, \quad m^2 + n^2$$

ただし、mとnとは互いに素な自然数で、どちらかは偶数で、かつ $m > n$ とする。

例えば

$$m=2 \text{ なら } n=1$$

$$m=3 \text{ なら } n=2$$

$$m=4 \text{ なら } n=3, 1$$

$$m=5 \text{ なら } n=4, 2$$

$$m=6 \text{ なら } n=5, 3, 1$$

$$m=7 \text{ なら } n=6, 4, 2$$

- - - - -

となる。

この式の証明はたとえば、芹沢正三著「整数入門」p. 180. [4]などに書かれている。ちなみに訳者の芹沢先生は中野先生と北大の同級生とのことである。また、高木貞治著「初等整数論講義」共立出版にはもっと高度の証明がある。

ピタゴラス数は整数論の問題として、いろいろ興味深い話題がある[4]。いずれ、ゆっくり検討し、楽しみたいと思う。

[1] 森沢一弘「三角形の辺長の計算」JAPLA 2011/2/26

[2] 志村正人「J701とブラウザコンピューティング(概要)」JAPLA 2011/2/26

[3] 例えば、A.Beiler, "Recreations in the Theory of Numbers", Chapter XIV The Eternal Triangle など

[4] 芹沢正三「整数入門」、講談社ブルーバックス

スターク著、芹沢正三、安藤四郎共訳「初等整数論」現代数学社 p. 150-154

シルヴァーマン著、鈴木治郎訳「はじめての数論」ピアソン・エデュケーション p. 8-13, p. 172-177

Jのプログラムは次のようになる。

NB. Pythagorean Number

```
fx =: (-/@:*)
gx =: (+/@:*/)
hx =: (+/@:*)

py =: (fx, gx, hx)      NB. generate Pythagorean numbers

sel =: 0:~]@. (*/@:(0&<)) NB. select positive numbers

ni =: 3 : ' (<. -: y) { . (2 | y) + (>:2*i. y)' NB. generate n from m

pyt_num =: 3 : 0
Im =. (2 + i. y)      NB. Im: m parameters
Imn =. Im , "(0 0) ni"(0) Im  NB. Imn: m, n parameter pairs
Py0 =. py"(1) Imn      NB. Py: raw values
Py1 =. /:~ "(1) sel"(1) Py0
Py2 =. <"(2) Py1      NB. Py2: Pythagorean Triplet Values
)
```

ピタゴラス数を生成する基本の関数 py は上のようにごく簡単である。m と n の2つ値を入れると、一組のピタゴラス数を生成する。

```
py 2 1
3 4 5
py 3 2
5 12 13
py 3 1
8 6 10
```

これを指定した数まで、一覧表として出力する関数が pyt\_num である。まず、Im として与えられた個数のパラメータ m を生成する。動詞 ni により Imn として対応する m, n の組を作る。そしてそれぞれの組の要素にピタゴラス数生成の関数 py を作用させる。

とりあえず、計算したピタゴラス数には、要素に0を含んだりしたものもあるので、それらを取り除き、また昇順にしたり、0の部分を見えなくしたりして体裁を整えて最終結果とする。

せっかくなので、志村氏のレポートに従い、J701 でやってみた。

まず、最初のバッチファイルの実行

```
¥701¥bin¥jhs.bat
```

は、ウィンドウズのファイル名を指定しての実行で行えば、最初の一回だけで、2回目以降はこのファイルが指示されているので、マウスクリックだけでできる。

続いて、Internet Explorer からの

```
http://127.0.0.1:65001/jijx
```

も2回目からは、前のものが保存されているので、これを探して行えば簡単である。

J Http Server

の赤いメッセージが出れば、Jの起動はOKである。

```
load '/j701-user/temp/pytha_num.ijs'
```

により、プログラムをロードする。

なお、ボックスを +/- 表示にした方がよいので、次の1行を打つ。

```
jbd 1
```

さて、ここで次のように打てば、ピタゴラス数の一覧表が現れる。

```
pyth 8
```

実際の実行のようすは次のようになる。

```
J Http Server
load '\j701-user\temp\pytha_num.ijs'
names ''
fx          gx          hx          jbd          jloadnoun ni          py
pyt_num    sel          viewmat    zero2inf
jbd 1
pyt_num 8
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
|3 4 5|5 12 13|8 15 17|20 21 29|12 35 37|28 45 53|16 63 65|36 77 85|
|_ _ _|_ _ _|_ _ _|_ _ _|_ _ _|_ _ _|_ _ _|_ _ _|
|_ _ _|_ _ _|_ _ _|_ _ _|_ _ _|_ _ _|_ _ _|_ _ _|
|_ _ _|_ _ _|_ _ _|_ _ _|_ _ _|_ _ _|_ _ _|_ _ _|
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+

```