財務計算あれこれ
＿＿ 第８回　ローン計算のいろいろ ＿＿
No. 8. Some Examples in Loan Calculations

(株) 竹内ハガネ商行　　竹内寿一郎

１．はじめに

期間が不定期の場合の財務計算の例について詳説する予定だったが[4]、個人的な興味により、最近話題の割賦販売の支払方法でリボ払いというのが行われているようなので、これらについて述べてみたい。

そもそも借金の返済方法として (1) 元利均等払い、(2) 元金均等払い、(3) 月賦販売のようなアドオン方式払い、(4) リボルビング方式（英語では **Revolving** であり、ネット上ではいくつかの文献に「リボルディング」という言葉が見られるがこれは間違い）による支払、などがある。特に (4) のリボルビング払い方式はこの分類だけで何通りもある厄介な方式[5]であり、最も消費者の為にならないと思われるのは、支払金額は低く抑えることは出来ても、支払期間がいつ終わるか消費者に明示されないことであろう。尤もだからこそ、いつでもいくらでも？返済出来、追加の借金も出来るという特徴があり、見方によっては非常に便利な方法でもある。しかしそのために利息の支払いが重く消費者にかかってくるという実感が無い傾向にあり、とくに長期間に亘ると恐ろしいことを知るべきである。

ここではいろいろなローン返済方式について、余り見られない数式を中心に述べてからエクセルのローン償還表を紹介することにする。

２．元利均等払い方式の公式

ローンの最も一般的な支払い方式で、返済元金・利息の合計が一定額になるようにして毎月同額を一定期間で返済する方式である。結果的には最初は元金より利子に対する支払が多く、元金部分がなかなか減少せず、途中解約がしにくく、繰り上げ返済が有利になる方式である。この原理を知っておくと何時どのくらいの金額を繰り上げ返済すると、どのくらいの支払になるかをシミュレートすることが出来る。その為にまず、この元利均等返済額についての式を求めてみよう。借入金額 P、借入金利・年利 r、期間 n 年 (返済回数、月単位であれば $12n$)、元利均等返済額 M として[1]、[3]（エクセルでは関数 `PMT` を使う）、

$$(1)\qquad M=\frac{rP(1+r)^n}{(1+r)^n-1}$$

この均等返済額のうち元金返済額 G_k と、利息返済額 R_k に分ける式は[6]、

$$(2)\qquad G_k=\frac{rP(1+r)^{k-1}}{(1+r)^n-1}\qquad k=1,2,\cdots,n$$

$$(3)\qquad R_k=r\sum_{j=k}^{n}G_j=r\sum_{j=k}^{n}\frac{rP(1+r)^{j-1}}{(1+r)^n-1}\qquad k=1,2,\cdots,n$$

ここで、(1) は借入額に資本回収係数を乗じたものである、(2) は借入額をその時点々々に直した金額に対する返済額であると解釈できる。(3) はその時点での借入残額に対する利息の式で、元利均等返済額は $M=G_k+R_k$ で表わされる (以下証明)。

$$(4)\qquad R_k=r\frac{rP}{(1+r)^n-1}\sum_{j=k}^{n}(1+r)^{j-1}=\frac{r^2P}{(1+r)^n-1}\{(1+r)^{k-1}+(1+r)^k+\cdots+(1+r)^{n-1}\}$$

$$= \frac{r^2P}{(1+r)^n-1}\frac{(1+r)^{k-1}-(1+r)^n}{1-(1+r)} = \frac{r^2P}{(1+r)^n-1}\frac{(1+r)^n-(1+r)^{k-1}}{r}$$
$$= \frac{rP}{(1+r)^n-1}\{(1+r)^n-(1+r)^{k-1}\} = M - G_k$$

このとき、

(5) $$\sum_{j=1}^{n} G_j = \sum_{j=1}^{n}\frac{rP(1+r)^{j-1}}{(1+r)^n-1} = \frac{rP}{1-(1+r)^n}\{1+(1+r)+(1+r)^2+\cdots+(1+r)^{n-1}\}$$
$$= \frac{rP}{(1+r)^n-1}\frac{1-(1+r)^n}{-r} = P$$ 支払った元金返済額の合計$=P$

(6) $$\sum_{j=1}^{n} R_j = \sum_{j=1}^{n}\{M-(M-R_j)\} = nM - \sum_{j=1}^{n} G_j = nM - P$$

であるから、これが支払った利息の合計ということになる。

	G	H	I	J	K	L
1			元利均等返済方式			
2			100万円を年利0.07で借り、12ヶ月で返済する			
3			100	0 MINP 0.07;1;100;12		
4			0.005833333	8.65267461	0.07	年利
5			1			
6			8.65267461	<=Jによる		借入残高
7		回数	月返済額(M)	元金返済額(Gi)	利息返済額(Ri)	100
8		1	8.65267461	8.069341	0.583333	91.930659
9		2	8.65267461	8.116412	0.536262	83.814246
10		3	8.65267461	8.163758	0.488916	75.650488
11		4	8.65267461	8.211380	0.441295	67.439108
12		5	8.65267461	8.259280	0.393395	59.179828
13		6	8.65267461	8.307459	0.345216	50.872369
14		7	8.65267461	8.355919	0.296755	42.516450
15		8	8.65267461	8.404662	0.248013	34.111788
16		9	8.65267461	8.453689	0.198985	25.658099
17		10	8.65267461	8.503002	0.149672	17.155097
18		11	8.65267461	8.552603	0.100071	8.602493
19		12	8.65267461	8.602493	0.050181	0.000000
20		合計	103.8320953	100	3.832095	
21			I	J	K	L
22			=($I$4*$I$3*(1+$I$4)^i)/((1+$I$4)^12-1)		=SUM(J22:$J$33)*$I$4	i
23		1	8.65267461	8.069341	0.583333	0
24		2	8.65267461	8.116412	0.536262	1
25		3	8.65267461	8.163758	0.488916	2
26		4	8.65267461	8.211380	0.441295	3
27		5	8.65267461	8.259280	0.393395	4
28		6	8.65267461	8.307459	0.345216	5
29		7	8.65267461	8.355919	0.296755	6
30		8	8.65267461	8.404662	0.248013	7
31		9	8.65267461	8.453689	0.198985	8
32		10	8.65267461	8.503002	0.149672	9
33		11	8.65267461	8.552603	0.100071	10
34		12	8.65267461	8.602493	0.050181	11
35				100	3.832095	
36						
37						

図 1. 元利均等払いの月別の償還表

3. 元金均等払い方式の公式

前節と異なり元金を毎月同額返済し、プラス利息を支払う方式で、勿論返済額は毎月異なっている。元金返済額は変わらないで、利息支払いが減って行くから、徐々に返済額が確実に減って行く方式である。全体として元利均等方式より元金均等方式の方が支払利息は少なくなる。

まず借入金額に対する元金返済額 G を決める。

(7) $G = \dfrac{P}{n}$ によって決められる。

毎月の返済額 M_i は

(8) $M_i = G + rZ_{i-1}$ 　　r は利率、Z_{i-1} は前期借入額の残額

(9) $Z_i = P - (i-1)G = nG - (i-1)G = G(n-i+1)$

で計算される。従って月返済額は、

(10) $$M_i = \frac{P}{n} + r\{P-(i-1)G\} = G + rZ_{i-1} = G\{1+r(n-i+1)\}$$

元金均等払い場合の利息支払総額は、

(11) $$\sum_{i=1}^{n} R_i = \sum_{i=1}^{n} rZ_{i-1} = rG\left\{n^2 - \frac{n(n+1)}{2} + n\right\} = \frac{rGn(n+1)}{2}$$

ここで、Z_0 は初期借入金額 P である。

B	C	D	E	F
	元金均等返済方式			
	100万円を年利0.07で借り、12ヶ月で返済する			
	100			
	0.005833333	=0.07/12		
	1			
	8.333333333	=100/12		借入残高(Zi)
回数	月返済額(Mi)	元金返済額(G)	利息返済額(Ri)	100
1	8.916666667	8.333333333	0.583333333	91.66666667
2	8.868055556	8.333333333	0.534722222	83.33333333
3	8.819444444	8.333333333	0.486111111	75
4	8.770833333	8.333333333	0.4375	66.66666667
5	8.722222222	8.333333333	0.388888889	58.33333333
6	8.673611111	8.333333333	0.340277778	50
7	8.625	8.333333333	0.291666667	41.66666667
8	8.576388889	8.333333333	0.243055556	33.33333333
9	8.527777778	8.333333333	0.194444444	25
10	8.479166667	8.333333333	0.145833333	16.66666667
11	8.430555556	8.333333333	0.097222222	8.333333333
12	8.381944444	8.333333333	0.048611111	0
合計	103.7916667	100	3.791666667	

図 2. 元金均等払いの月別の償還表

４．アドオン方式払いの公式

ローン金額 P を年利 r で借りるとする。これを n 年間の月賦払いにしたとき、全体として、単利では $P(1+nr/12)/(12n)$ を毎月支払うことになる。複利では $P(1+r/12)^{12n}/(12n)$ を毎月支払うことになる。n はせいぜい 2〜3 年であるから単利と複利でそれほどの違いが出ないので【補遺】、通常月賦は単利でやっているようである。月賦だと返済期間が長くなり、両者の差が大きくなりがちではあるが、その分金利が 12 分の 1 になるので、結局双方とも全支払い金額はほぼ $P(1+nr)$ となる。つまり月利を $r/12$ とすると、

(12) $$M = \frac{P(1+nr/12)}{12n}$$

で表せる。

ここで (1) 式の元利均等払い方式とアドオン方式の M および r をそれぞれ M_g、r_g および M_a、r_a とすると、$M_g = M_a$ として r_g と r_a の関係式を求めると、

(13) $$\frac{1}{n}(1+nr_a)P = \frac{r_g(1+r_g)^n}{(1+r_g)^n - 1}P$$ より、

(14) $$r_a = \frac{r_g}{1-(1+r_g)^{-n}} - \frac{1}{n}$$

となり、通常アドオン方式による金利は実感として元利均等方式の金利の 1.4〜1.9 倍になるといわれている。つまりアドオン方式の金利 r_a は見かけ上小さく与えられ r_g の 1.4〜1.9 分の 1 となるので、実質はずっと大きいために、法律では必ず実質金利 r_g を併記しなければな

らないと規定されている。

$$(15)\qquad r_a = 12\left\{\frac{0.1267883554/12}{1-(1+0.1267883554/12)^{(-12)}} - \frac{1}{12}\right\} = 0.069999998$$

すなわち、元利均等払いの金利 $r_g = 0.1267883554/12$、年利約 12.68%がアドオン払いでは年利約 7%に相当することを物語っている。

N	O	P	Q	R
	アドオン返済方式			
	100万円を年利0.07で借り、12ヶ月で返済する			
	100			
	0.005833333	月利	0.07	年利
	1	年		
	8.916666667	<=100*(1+0.07)/12		借入残高(Zi)
回数	月返済額(M)	元金返済額(G)	利子返済額(R)	100
1	8.916666667	8.333333333	0.583333333	91.08333333
2	8.916666667	8.333333333	0.583333333	82.16666667
3	8.916666667	8.333333333	0.583333333	73.25
4	8.916666667	8.333333333	0.583333333	64.33333333
5	8.916666667	8.333333333	0.583333333	55.41666667
6	8.916666667	8.333333333	0.583333333	46.5
7	8.916666667	8.333333333	0.583333333	37.58333333
8	8.916666667	8.333333333	0.583333333	28.66666667
9	8.916666667	8.333333333	0.583333333	19.75
10	8.916666667	8.333333333	0.583333333	10.83333333
11	8.916666667	8.333333333	0.583333333	1.916666667
12	8.916666667	8.333333333	0.583333333	-7
合計	107	100	7	
	100*(1+0.07)%12			
	8.916666667		月賦で払うと	
	0 INPM 1;100;8.916666667;12			
	0.1267883554	同じ金額を元利均等で借りると12.68%になる		
	0 MINP 0.07;1;100;12			
	8.65267461	年7%で100万円借りたときの元利金等月返済額		
	0期末	8.65267461	期末だと返済金額は	
	1期首	8.602493398	期首では返済金額は	

図 3. アドオン払いの月別の償還表

5．リボ (Revolving) 払い方式の公式

返済の支払い回数を決めず、元金と利息の合計金額を、借入残高に応じて基本的に一定の額、または一定の率で返済する方式である。実際にはその返済金額または率は金融機関によって借入残高によって決められていて、決められた最低支払い金額、または最低支払い率による金額(ミニマムペイメント)以上であればいくらでもよい。この方式は返済計画は立て易いが、いくら元金の返済が済んだかとか、あと何回支払えば終わるかなど借入残高が債務者には極めて分かりづらい。さらに厄介なことに、返済金額の変動だけでなくいつでも追加の借り増しが出来、そのとき借入残高が増加し最低支払い金額が増加したりして(これをスライド方式という)非常に複雑な方式である。

リボルビング支払い方式について Wikipedia から借用して【5】言葉の定義を述べてみる。リボ払いには大きく分類すると、[1] 残高スライド有りか無しか、[2] 定額払いか定率払いか、[3] 対象が元利か元金か、の方式があるとされている。これらは大小の分類項目でなく、組み合わせ項目であり、[1]、[2]、[3] に夫々の別があり、従って $2\times2\times2=8$ 通りの種類があるといえる。

対象となる i 期までの借入残高を Z_{i-1}、年利を r、期間 T_i を第 $i-1$ から第 i 期の期間の長

さ (日数)、そうすると $r_0 = rT_i/365$、月払いであれば月利は $r_0 = r/12$ であり、この期の支払額 M_i、元金部分の支払額 G_i、この間の利息支払額 R_i、この期の借入残高を Z_i とすると、

≪1≫ 『元利定額リボルビング方式』

借入残高にかかわらずあらかじめ決まった金額を払う方式。このときのミニマムペイメント (最小金額) は金融機関や契約形態によって決められている。M_i はそれ以上であればよい。

$$(16)\quad \begin{cases} R_i = r_0 Z_{i-1} & (Z_0 = P \quad : \quad \text{初期借入額}) \\ M_i = M & (\text{基本的に一定}) \\ G_i = M - R_i & \\ Z_i = Z_{i-1} - G_i & i = 1, 2, \cdots \qquad (Z_i\ \text{が正の期間}) \end{cases}$$

	A	B	C	D	E
1	元利均等定額返済				
2	定額(M)	年利(r)	月利(r0)		借入金(P=Z0)
3	5	0.07	0.005833333		100
4	回数	月支払額(Mi)	元金支払(Gi)	利息支払(ri)	借入残高(Zi)
5	1	5	4.416666667	0.583333333	95.58333333
6	2	5	4.442430556	0.557569444	91.14090278
7	3	5	4.468344734	0.531655266	86.67255804
8	4	5	4.494410078	0.505589922	82.17814797
9	5	5	4.52062747	0.47937253	77.6575205
10	6	5	4.546997797	0.453002203	73.1105227
11	7	5	4.573521951	0.426478049	68.53700075
12	8	5	4.600200829	0.399799171	63.93679992
13	9	5	4.627035334	0.372964666	59.30976458
14	10	5	4.654026373	0.345973627	54.65573821
15	11	5	4.68117486	0.31882514	49.97456335
16	12	5	4.708481714	0.291518286	45.26608164
17	13	5	4.735947857	0.264052143	40.53013378
18	14	5	4.76357422	0.23642578	35.76655956
19	15	5	4.791361736	0.208638264	30.97519782
20	16	5	4.819311346	0.180688654	26.15588648
21	17	5	4.847423996	0.152576004	21.30846248
22	18	5	4.875700636	0.124299364	16.43276185
23	19	5	4.904142223	0.095857777	11.52861963
24	20	5	4.932749719	0.067250281	6.595869906
25	21	5	4.961524092	0.038475908	1.634345814
26	22	1.643879498	1.634345814	0.009533684	0
27					残高
28	合計	106.6438795	100	6.643879498	0
29					

図 3．元利均等定額返済、借入金 100、年利 0.07、返済定額 5

≪2≫ 『元金定額リボリビング方式』

毎月決まった元金返済額 G に利用日数に応じた利息をプラスした金額を支払う方式

$$(17)\quad \begin{cases} R_i = r_0 Z_{i-1} & (Z_0 = P \quad : \quad \text{初期借入額}) \\ G_i = G & (\text{基本的に一定}) \\ M_i = G + R_i & (\text{支払額}\ M\ \text{が}\ M_i\ \text{より多いときはその分は}\ G\ \text{に加算される}) \\ Z_i = Z_{i-1} - G_i & i = 1, 2, \cdots \qquad (Z_i\ \text{が正の期間}) \end{cases}$$

	A	B	C	D	E
1	元金均等定額返済				
2	定額(M)	年利(r)	月利(r0)		(P=Z0)
3	5	0.07	0.005833333		100
4	回数	月支払額(Mi)	元金支払(Gi)	利息支払(ri)	借入残高(Zi)
5	1	5.583333333	5	0.583333333	95
6	2	5.554166667	5	0.554166667	90
7	3	5.525	5	0.525	85
8	4	5.495833333	5	0.495833333	80
9	5	5.466666667	5	0.466666667	75
10	6	5.4375	5	0.4375	70
11	7	5.408333333	5	0.408333333	65
12	8	5.379166667	5	0.379166667	60
13	9	5.35	5	0.35	55
14	10	5.320833333	5	0.320833333	50
15	11	5.291666667	5	0.291666667	45
16	12	5.2625	5	0.2625	40
17	13	5.233333333	5	0.233333333	35
18	14	5.204166667	5	0.204166667	30
19	15	5.175	5	0.175	25
20	16	5.145833333	5	0.145833333	20
21	17	5.116666667	5	0.116666667	15
22	18	5.0875	5	0.0875	10
23	19	5.058333333	5	0.058333333	5
24	20	5.029166667	5	0.029166667	0
25					残高
26	合計	106.125	100	6.125	0
27					

図 4．元金均等定額返済、借入金 100、年利 0.07、返済定額 5

≪3≫ 『元利定率リボルビング方式』

借入残高にかかわらず元利合計について、あらかじめ決まった率 R_r で金額を払う方式。このときのミニマムペイメント (最小支払率) は金融機関や契約形態によって決められている。M_i はそれ以上の率を満たしていればよい。

$$
(18) \quad \begin{cases} R_i = r_0 Z_{i-1} & (Z_0 = P \quad : \quad \text{初期借入額}) \\ M_i = R_r(Z_{i-1} + R_i) = R_r(1 + r_0)Z_{i-1} \\ G_i = M_i - R_i & (\text{元金返済額は引き算で計算}) \\ Z_i = Z_{i-1} - G_i & i = 1, 2, \cdots \qquad (Z_i \text{ は永久にゼロにならない}) \end{cases}
$$

	A	B	C	D	E
1	元利均等定率返済				
2	定率(R_r)	年利(r)	月利(r0)		借入金(P=Z0)
3	0.1	0.07	0.005833333		100
4	回数	月支払額(Mi)	元金支払(Gi)	利息支払(ri)	借入残高(Zi)
5	1	10.05833333	9.475	0.583333333	90.525
6	2	9.10530625	8.57724375	0.5280625	81.94775625
7	3	8.242578483	7.764549905	0.478028578	74.18320635
8	4	7.461594172	7.028858801	0.43273537	67.15434754
9	5	6.754608124	6.36287443	0.391733694	60.79147311
10	6	6.114609004	5.759992078	0.354616927	55.03148104
11	7	5.535249801	5.214232828	0.321016973	49.81724821
12	8	5.010784882	4.720184268	0.290600615	45.09706394
13	9	4.536013015	4.272946808	0.263066206	40.82411713
14	10	4.106225782	3.868085098	0.238140683	36.95603203
15	11	3.717160889	3.501584035	0.215576854	33.454448
16	12	3.364959895	3.169808948	0.195150947	30.28463905
17	13	3.046129945	2.86946955	0.176660394	27.4151695
18	14	2.757509132	2.59758731	0.159921822	24.81758219
19	15	2.496235142	2.351465913	0.144769229	22.46611628
20	16	2.259716862	2.128664517	0.131052345	20.33745176
21	17	2.04560869	1.926973554	0.118635135	18.41047821
22	18	1.851787266	1.74439281	0.107394456	16.6660854
23	19	1.676330423	1.579111591	0.097218831	15.08697381
24	20	1.517498115	1.429490768	0.088007347	13.65748304
25	21	1.373715169	1.294046518	0.079668651	12.36343652
26	22	1.243555657	1.17143561	0.072120046	11.19200091
27	23	1.125728758	1.060442086	0.065286672	10.13155882
28	24	1.019065958	0.959965198	0.05910076	9.171593624
29					残高
30	合計	96.42030475	90.82840638	5.59189837	9.171593624
31					

図 5．元利均等定率返済、借入金 100、年利 0.07、返済定率 10%

借入残高がある程度少なくなった時点で元利合計を支払って完了しなければならない。

≪4≫ 『元金定率リボリビング方式』

毎月決まった借入残額の一定の比率に利用日数に応じた利息をプラスした金額を支払う方式

$$
(19)\quad \begin{cases} R_i = r_0 Z_{i-1} & (Z_0 = P \quad : \quad \text{初期借入額}) \\ G_i = R_r Z_{i-1} & (\text{借入残高の一定の率が元金返済額}) \\ M_i = G_i + R_i & (\text{支払額 } M \text{ が } M_i \text{ より多いときはその分は } G_i \text{ に加算される}) \\ Z_i = Z_{i-1} - G_i \qquad i = 1, 2, \cdots & (Z_i \text{ は永久にゼロにならな。}) \end{cases}
$$

借入残高がある程度少なくなった時点で元利合計を支払って完了しなければならない。

元金均等定率返済				
定率	年利(r)	月利(r0)		借入金(P=Z0)
0.1	0.07	0.005833333		100
回数	月支払額(Mi)	元金支払(Gi)	利息支払(ri)	借入残高(Zi)
1	10.58333333	10	0.583333333	90
2	9.525	9	0.525	81
3	8.5725	8.1	0.4725	72.9
4	7.71525	7.29	0.42525	65.61
5	6.943725	6.561	0.382725	59.049
6	6.2493525	5.9049	0.3444525	53.1441
7	5.62441725	5.31441	0.31000725	47.82969
8	5.061975525	4.782969	0.279006525	43.046721
9	4.555777973	4.3046721	0.251105873	38.7420489
10	4.10020175	3.87420489	0.225995285	34.86784401
11	3.690180158	3.486784401	0.203395757	31.38105961
12	3.32116214 2	3.138105961	0.183056181	28.24295365
13	2.989045928	2.824295365	0.164750563	25.41865828
14	2.690141335	2.541865828	0.148275507	22.87679245
15	2.421127201	2.287679245	0.133447956	20.58911321
16	2.179014481	2.058911321	0.12010316	18.5302018 9
17	1.961113033	1.853020189	0.108092844	16.6771817
18	1.76500173	1.66771817	0.09728356	15.00946353
19	1.588501557	1.500946353	0.087555204	13.50851718
20	1.429651401	1.350851718	0.078799684	12.15766546
21	1.286686261	1.215766546	0.070919715	10.94189891
22	1.158017635	1.094189891	0.063827744	9.847709022
23	1.042215871	0.984770902	0.057444969	8.86293812
24	0.937994284	0.886293812	0.051700472	7.976644308
				残高
合計	97.39138477	92.02335569	5.368029082	7.976644308

図 6. 元金均等定率返済、借入金 100、年利 0.07、返済定率 10%

≪5≫ 『残高スライド元利定額リボルビング方式』

借り入れ時の残高に応じて返済額が変動する方式で、消費者金融では最も一般的な方法。厳密にいうと [1] はローンが終了するまでは支払金額が一定額であるのに対し、リボルビングという意味は、いくらでもミニマム金額以上は返済できるということで、残高スライドの意味はミニマム金額が残高によって変わってくる (スライド) ということ、従ってそれ以上であれば（いつでも）幾らでも返済してよい、という返済方式である。返済額は最低返済額を上回ればよいので、式では簡単には表わせないが、(16) 式の M の最低額が残高によって変化する方式である。

≪6≫ 『残高スライド元金定額リボルビング方式』

残高によって返済の定額が変動する方式のうち、毎回必ず決められた元金の返済分もしくはそれ以上の金額を返済する方式である。[2] にスライド方式を取り入れ、(17) 式の G の最低額がスライドする方式。

≪7≫ 『残高スライド元利定率リボルビング方式』

定額の返済額に加えて残高に応じた利息をプラスしてその $100R_r\%$ を支払う方式。[3]

の残高に応じてスライドして、R_r という返済定率が変わって行く方式である。返済額は毎月減ってはゆくが返済期間が長くなるので結果的に利息を多く払うことになる。ある程度返済額が小さくなったら元利そろえて返済しないと永久に終わらない。

≪ 8 ≫ 『残高スライド元金定率リボルビング方式』
これは [4] にスライド定率を取り入れた方式で、元金返済分は常に元金の定率倍で、それに計算された利息が加えられた額を支払う方式である。借入残高に応じて定率が変動する方式である。

補遺.　　単利、複利、指数による終価

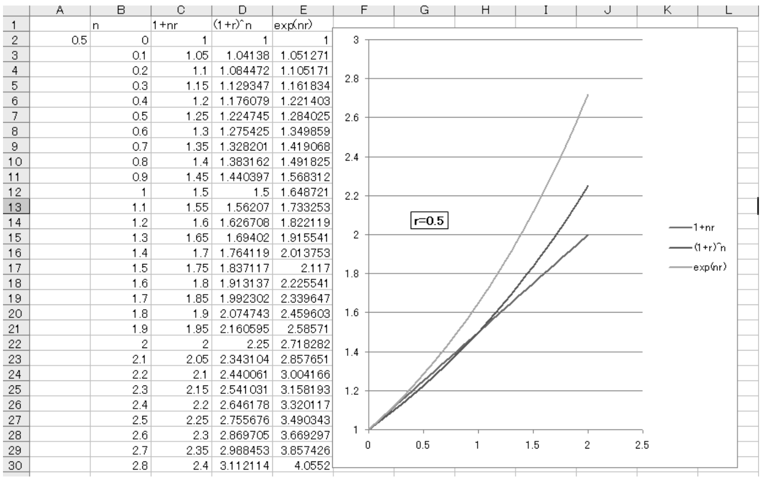
利息の計算法についてその表記法がいろいろあり、それぞれ特徴があり、それによって利息の多寡が決まるので知っておいて損になることは無いのでここに纏めて置く。いずれも現価 P、年利 r、期間 n 年 (小数部分は月または日数を表す)、終価 $S_k, (k=1,2,3)$ とすると、

(20)　$S_1 = P(1+nr)$　：　単利計算

(21)　$S_2 = P(1+r)^n = P\left\{1 + \frac{nr}{1!} + \frac{n(n-1)r^2}{2!} + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} + \cdots\right\}$　：　複利計算

(22)　$S_3 = Pe^{nr} = P\left\{1 + \frac{nr}{1!} + \frac{(nr)^2}{2!} + \frac{(nr)^3}{3!} + \cdots\right\}$　：　指数計算

(21) 式と (22) 式を見比べると常に $S_2 < S_3$ が成立する。通常 n は小さく、r もごく小さいので終価 S　$P(1+nr)$ で表されることが分かるであろう。とくに r^2 や r^3 になると非常に小さくなるので、n が極端に大きくならなければ S_1〜S_3 の間にそれほどの差は出てこないからである。



	A	B	C	D	E
1		n	1+nr	(1+r)^n	exp(nr)
2	0.5	0	1	1	1
3		0.1	1.05	1.04138	1.051271
4		0.2	1.1	1.084472	1.105171
5		0.3	1.15	1.129347	1.161834
6		0.4	1.2	1.176079	1.221403
7		0.5	1.25	1.224745	1.284025
8		0.6	1.3	1.275425	1.349859
9		0.7	1.35	1.328201	1.419068
10		0.8	1.4	1.383162	1.491825
11		0.9	1.45	1.440397	1.568312
12		1	1.5	1.5	1.648721
13		1.1	1.55	1.56207	1.733253
14		1.2	1.6	1.626708	1.822119
15		1.3	1.65	1.69402	1.915541
16		1.4	1.7	1.764119	2.013753
17		1.5	1.75	1.837117	2.117
18		1.6	1.8	1.913137	2.225541
19		1.7	1.85	1.992302	2.339647
20		1.8	1.9	2.074743	2.459603
21		1.9	1.95	2.160595	2.58571
22		2	2	2.25	2.718282
23		2.1	2.05	2.343104	2.857651
24		2.2	2.1	2.440061	3.004166
25		2.3	2.15	2.541031	3.158193
26		2.4	2.2	2.646178	3.320117
27		2.5	2.25	2.755676	3.490343
28		2.6	2.3	2.869705	3.669297
29		2.7	2.35	2.988453	3.857426
30		2.8	2.4	3.112114	4.0552

図 7.　利息方式の比較・$n = 0$〜2.0、$r = 0.5$

図 7. で単利は直線で描かれ、複利もしくは指数は急速に上昇曲線を描いている。また面白いことに $n < 1$ のとき (1 年以内) であれば複利が単利よりわずかだが小さくなっていることが分かる。単利より複利の方が利息が常に多いとはいえない特別な場合である。

年利としてはとてつもなく大きい $r = 0.5$ としてみると、図 8. から複利が単利に較べとてつもなく大きくなることが分かるであろう。10 年で単利では 6 倍だが、複利では約 60 倍、指数では約 150 倍になる。尤も年利が法定金利を大きくオーバーする $r = 0.5$ だからである。利子が利子を生むという環境下では、n が大きくなると飛んでも無い大きな数字になることを改めて知って欲しい。

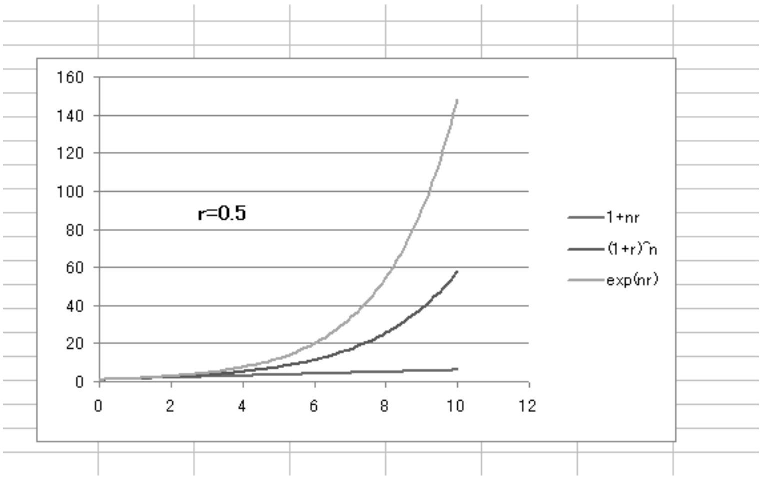


図 8. 利息方式の比較・$n = 0$〜12、$r = 0.5$

【参考文献】

【1】Office 2003 Microsoft Excel（2003）： HELP 財務計算、Excel 内部関数資料

【2】J601 システムパッケージ (1994-2006) ： ファイナンスパッケージ (財務計算)、j601/system/packages/finance/interest.ijs 、j601_win.exe を解凍すると得られる

【3】竹内寿一郎（2010）： 財務計算あれこれ 第１回 __現価、終価、年価__、 JAPLA 研究会 2010.1.23 資料

【4】竹内寿一郎（2011）： 財務計算あれこれ 第７回 __財務計算におけるいろいろな例題 (2) __、 JAPLA 研究会 2011.02.26 資料

【5】リボルビング払い ： フリー百科事典『ウィキペディア（Wikipedia）』、
`http://ja.wikipedia.org/wiki/`
`%E3%83%AA%E3%83%9C%E3%83%AB%E3%83%93%E3%83%B3%E3%82%B0%E6%89%95%E3%81%84`

【6】元利均等返済 ： フリー百科事典『ウィキペディア（Wikipedia）』、
`http://ja.wikipedia.org/wiki/`
`%E5%85%83%E5%88%A9%E5%9D%87%E7%AD%89%E8%BF%94%E6%B8%88`