

(JAPLA 2010/9/25)

『単位分数』について

統計数理研究所(名誉教授) 鈴木義一郎

ここに、1つの「ホールケーキ」があるとしよう。これを4人で平等に分けて食べるには、「四半分(半分の半分)」にすればよい。この四半分のことを「1/4」と書いて、いわゆる「分数」と呼ばれているものである。このように、1を分子とする分数の概念は分かりやすい。これを「単位分数」と名づけている。

ここで、無意味な「分数計算」を強要することが、“算数(数学)嫌い”の生徒を増やすことにつながることを、特に強調しておきたい。

次に、2を分子とする分数は(当然分母は奇数である！)

$$2/3 = 1/2 + 1/6$$

$$2/5 = 1/3 + 1/15$$

$$2/7 = 1/4 + 1/28$$

のように単位分数の和で表すことができる。

一般に、任意のaに対しても

$$2/a = 1/b + 1/c$$

という関係を満たすb、cを求めるには

$$2bc = a(b+c) \rightarrow (2b-a)c = a \times b$$

という関係より

$$a=3 \text{ のとき } b=2 \text{ とすると } (4-3)c = 3 \times 2 = 6 \text{ より } c=6$$

$$a=5 \text{ のとき } b=3 \text{ とすると } (6-5)c = 5 \times 3 = 15 \text{ より } c=15$$

$$a=7 \text{ のとき } b=4 \text{ とすると } (8-7)c = 7 \times 4 = 28 \text{ より } c=28$$

<code>]a=:3 :-:y'5</code> 2.5 <code>]b=:3 :>.y'a</code> 3	<code>]c=:3 :'x:%y'b</code> 1r3 <code>]d=:3 :(x:2%y)-c'5</code> 1r15	<code>c+d</code> 2r5	「-:」は右引数の数値を半分にする 「>。」は切り上げて整数値にする 「%」は逆数を与える 「x:%」は結果を分数表示にする
「2/3」といった分数は、J言語では「2r3」のように表示される。			

そこで、『J言語』というプログラミング言語で、上記のような分解を出力する関数を、以下のように与えることができる：

ratio2=:3 :0 c=. (x:2%y)-b=. x:%>.-:y (":"b), ' + ', ":"c)	ratio2 3 1r2 + 1r6 ratio2 5 1r3 + 1r15	ratio2 7 1r4 + 1r28 ratio2 9 1r5 + 1r45	ratio2 11 1r6 + 1r66 ratio2 13 1r7 + 1r91	ratio2 15 1r8 + 1r120 ratio2 17 1r9 + 1r153
--	---	--	--	--

red=:3 :0 b,x:(%/a)-b=.x:%>.%/ .a=.2 x:y)	red 3r7 1r3 2r21 red 2r7 1r4 1r28	red 6r7 1r2 5r14 red 5r14 1r3 1r42	red 7r22 1r4 3r44 red 3r44 1r15 1r660
--	--	---	--

ratio=:3 :0 r=.red y while.1<{.2 x:{:r do.r=({:r),red{:r end.)	ratio 2r7 1r4 1r28	ratio 6r7 1r2 1r3 1r42	ratio 8r9 1r2 1r3 1r18
	ratio 7r22 1r4 1r15 1r660		ratio 8r91 1r12 1r219 1r79716
ratio 7r23 1r4 1r19 1r583 1r1019084			

]R=(13 :'({:r),red{:r=y}')5r7 1r2 3r14 (13 :'({:r),red{:r=y}')R 1r2 1r5 1r70	ratio 5r7 1r2 1r5 1r70	「(:) はリストの末尾を取り出す。 「}:) はリストの末尾を削除する。 「while.A do.B end.」 「A が真(1)ならば B を実行する。」
---	---------------------------	--