多項式の α- 進 展開法

ラング氏 の 線形代数学 （下） より

中野 嘉弘 （札幌市 87 歳）

FAX 専 011-588-3354

E-mail: yoshihiro@river.ocn.ne.jp

は し が き

あまり聞かない名前の話題である。 最近、大学同期の旧友・
芹沢正三氏(数学科)から、彼の翻訳になる「数学書」を寄贈された。
「ラング 線形代数学(上・下)」 である。（文献1）
その下巻の中に、面白い話題を発見したので、トライして見た。
第 12 章・多項式と素因子分解、第 7 節・多項式の α-進展開 の末尾の
練習問題である。（1. (a),(b),(c),(d) と 2. (a),(b),(c),(d))。
それぞれ、多項式の 2-進展開 と 3-進展開 の例題である。
数値計算の N-進数の変換問題で、カナダ産のＪ言語は威力を発揮している
ので、同好の問題であろうかと楽観して、トライして見たが、案に相違して
骨太の面白い問題であったので、報告して置きたい。

2. 多項式の α- 進 展開法

f(t) = c0 + c1・(t-α) + ・・・・・・ + cn・(t-α)^n

の如く展開する。 よく知られた部分分数展開に関係する有効な算法である。

3. 練 習 問 題

文献 1-b) p. 142

1．次の多項式の 2 - 進展開を求めよ。

(a) t^2 - 1　(b) t^3 + t - 1

(c) t^2 + 3　(d) t^4 +2t^3 - t + 5

2. 問題1の多項式の 3 - 進展開を求めよ。

(回答は、本稿末尾に、c0, c1, c2 ・・・の順に示した。)

4. J 言語 での 準備

例として、 f1(x) = x + 2, f2(x) = x^2 + 2x - 3 を採る。

J言語では、係数に着目し、f1 =. 1 2、 f2 =. 1 2 _3 と置く。

1) 加減算: 各多項式の次数(即ち、項数)を揃えてから演算する。

f1 + f2 =. (0 1 2) + (1 2 _3) -> (1 3 _1)

即ち、 -> x^2 +3x -1 (答)。

2) 多項式の掛け算:

関数 polymult =: pm=: +//.@(*/)、

計算例 f1 pm f2 -> 1 4 1 _6 、

即ち x^3 + 4x^2 + x - 6 。

3) 多項式の幕乗:

関数 bm (掛け算関数 pm の応用、script は本稿末尾に)

計算例(2 乗) f1^2 -> 2 bm f1 -> 1 4 4 、

即ち x^2 + 4x + 4 。

計算例(4 乗) f1^4 -> 4 bm f1 -> 1 8 24 32 16 、

即ち x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16 。

5. J 言語 での 計算 (その一)

練習問題 1.(2 進展開)

(a) t^2 - 1 -> t - 2 = x として展開する。

即ち t = x + 2 故、 (x + 2)^2 - 1 を計算する。

2次の項は係数で表示して x2=. 1 2 であるから、その

２乗は 2 bm x2 = 2 bm (1 2) -> 1 4 4。

変換後は結局、 (1 4 4) + (0 0 _1) -> (1 4 3)。

即ち、文字式で x^2 + 4x + 3 となる。

昇冪順の係数で示せば、逆順で、 解は 3, 4, 1 。

(c) t^2 + 3 -> t - 2 = x として展開する。

変換後は結局、 (1 4 4) + (0 0 3) -> (1 4 7)。

即ち、文字式で x^2 + 4x + 7 となる。

昇冪順の係数で示せば、逆順で、 解は 7, 4, 1 。

(b) t^3 + t - 1

3 bm (1 2) -> 1 6 12 8 から

(1 6 12 8) + (0 0 1 2) + (0 0 0 _1)

-> (1 6 13 9)。

変換後の文字式は、 x^3 + 6x^2 + 13x + 9

解は 9, 13, 6, 1 。

(d) t^4 +2t^3 - t + 5

4 bm (1 2) -> 1 8 24 32 16 、

3 bm (1 2) -> 1 6 12 8 から

(1 8 24 32 16) + 2*(0 1 6 12 8) - (0 0 0 1 2) +(0 0 0 0 5)

-> (1 10 36 55 35) 。

x^4 + 10x^3 + 36x^2 + 55x + 35

解は 35, 55, 36, 10, 1 。

6. J 言語 での 計算 (その二)

練習問題 2.(3 進展開)

やり方は、前節同様であるから、J 言語らしく、簡潔にやろう。

x =. 1 3

```
x2 =. 2 bm x -> 1 6 9

x3 =. 3 bm x -> 1 9 27 27

x4 =. 4 bm x -> 1 12 54 108 81
```

(a)　　x2 + (0 0 _1) -> 1 6 8（解は逆順で）

(c)　　x2 + (0 0 3)　-> 1 6 12（解は逆順で）

(b)　x3 + (0, 0, x) + ((3 # 0), _1)-> 1 9 28 29（解は逆順）

(d)　　(x4) + (2*(0, x3)) + ((_1)*((3#0),x)) + (5*((4#0),1))

括弧の個数に御注意！

-> 1 14 72 161 137　（解は逆順）

兎に角、アット云う間に回答出来た。

7. むすび

代数方程式の根の変換や、さらに チルンハウゼン変換にも便利に使えよう。Ｊ言語の能力の便利さが再び示された。

文　献

1-a) サージ・ラング Serge Lang 原著:芹沢正三訳
「ラング 線形代数学(上)Linear Algebra 1987」筑摩書房
ちくま学芸文庫・2010・5・10 第一刷、pp.272
(1971 年 4 月 15 日、ダイアモンド社から刊行の再発行)

1-b) サージ・ラング Serge Lang 原著:芹沢正三訳
「ラング 線形代数学(下)Linear Algebra 1987」筑摩書房
ちくま学芸文庫・2010・5・10 第一刷、pp.268
(1971 年 4 月 15 日、ダイアモンド社から刊行の再発行)

練習問題　の 解答

1. (a) 3, 4, 1 (b) 9, 13, 6, 1

   (c) 7, 4, 1 (d) 3, 55, 36, 10, 1

2. (a) 8, 6, 1 (b) 29, 28, 9, 1

   (c) 12, 6, 1 (d) 137, 161, 72, 14, 1

Scripts

```
NB. power of  pm function  (polynomials multiplication)

bm=: 3 : 0
 :
if. x = 0 do. 1 return. end.

im=.x
i=. 1
ypm =. y *1
if. i = im do.  goto_e. end.
label_1.  i=.i+1
 ypm =. ypm pm y

   if. i = im do. goto_e. end.
goto_1.

label_e.
NB.   wr i
 ypm
)
```