多項式の α- 進 展開法（その 2）

西川氏 の 改良案に関係して

中野 嘉弘（札幌市 87 歳）

FAX 専 011-588-3354

E-mail: yoshihiro@river.ocn.ne.jp

は し が き

前稿(5月例会の)「多項式の α- 進 展開法」(文献 0, 1)の続きである。

直後、西川会長からメールがあり、中野の関数 bm の改良案 npm が到来した。bm は power of pm (polynomials multiplication) function の意味である。（文献 2）

それに刺激されて、多少の気付いた事を、報告したい。

1. 西川関数 npm

メールの内容を転載する。

中野先生
「多項式の α-進展開」 家に持ちかえってから、やってみました。
pm の定義はすごいものですね。

pm =: +/ /. @(*/)
*のテーブル演算/ を斜め/. に合計+/する

多項式のべき乗の定義をややエレガントにコーディングしてみました。
以下その定義コードと実行例です。

```
============================================================
NB. polymult.ijs 2010/5/25
NB. power of pm function
NB. Original by Y. Nakano
NB. Modified by T. Nishikawa

pm =: +/ /. @(*/)

npm =: 4 : 0
if. x = 0 do. 1 return. end.
if. x = 1 do. y return. end.
pm~ y
if. x > 2
 do. y (pm~^:(x-1)) y
```

```
end.
)

  0 npm 1 2
1
  1 npm 1 2
1 2
  2 npm 1 2
1 4 4
  3 npm 1 2
1 6 12 8
  4 npm 1 2
1 8 24 32 16
  5 npm 1 2
1 10 40 80 80 32
```
==

西川　利男
toshio.nishikawa@tempo.ocn.ne.jp

中野も早速、テストして見たが、大変、有効であった。

今後、(文献 1 末尾 Script の)中野関数 bm の代わりに

西川関数 npm を利用しよう。　感謝致します。

2. J 言語の 基底変換法 ＃dot の直接利用

前稿で、最初にトライしたが、巧く行かなくて、転進せざるを得なかったので、中野関数などを考えた。 しかし、今回は、少々、展望が開けたので、報告する。

多項式の α- 進 展開法とは

f(t) = c0 + c1・(t-α) + ・・・・・・ + cn・(t-α)^n

の如く展開する事なので、J言語でおなじみの基数変換が、そのまま使える筈である。以下は、巧く行った例である。

練 習 問 題 文献 0-b) p. 142

1. 次の多項式の 2 - 進展開を求めよ。

(a) t^2 - 1　　　(c) t^2 + 3

2. 問題1の多項式の 3 - 進展開を求めよ。

(回答は、本稿末尾に、係数 c0, c1, c2 ・・・の順に示した。)

解 1a.

ta =. 1 0 _1

これを 10 進数と見て変換すれば、

ta10a =. 10 #. ta [ENT] -> 99 である。

上記、f(t) の式で、t=10 , α= 2 とすれば

f(t) は、(t - α) = 8 進数展開に相当する。

(3 # 8) #: 99 [ENT] -> 1 4 3 ･･･(答)

これで、正解である。

解 1c.

tc =. 1 0 3

これを 10 進数と見て変換すれば、

ta10c =. 10 #. tc [ENT] -> 1 0 3 である。

上記、f(t) の式で、t=10 , α= 2 とすれば

f(t) は、(t - α) = 8 進数展開に相当する。

(3 # 8) #: 1 0 3 [ENT] -> 1 4 7 ･･･(答)

これで、正解である。

ところが、

解 2a. では:

ta =. 1 0 _1

これを 10 進数と見て変換すれば、問題 1a. と同様に

ta10a =. 10 #. ta [ENT] -> 99 である。

上記、f(t) の式で、t=10 , α= 3 とすれば

f(t) は、(t - α) = 7 進数展開に相当する。

(3 # 7) #: 99 [ENT] -> 2 0 1 ･･･(答)

これは、正解 (1 6 8) とは違うらしい？

同じく、

解 2c. でも

tc =. 1 0 3

これを 10 進数と見て変換すれば、

ta10c =. 10 #. tc [ENT] -> 1 0 3 である。

上記、f(t) の式で、t=10 , α= 3 とすれば

f(t) は、(t - α) = 7 進数展開に相当する。

(3 # 7) #: 1 0 3 [ENT] -> 2 0 5 ･･･(答)

これまた、正解(1 6 12) とは違うらしい？

かくて、同好の問題であろうかと楽観して、トライして見たが、

案に相違して、骨太の面白い問題になった所以であったのだ。

3. 正解への 対 策

解 2a. 誤答 (2 0 1) <ー> 正解(1 6 8)

7 進法であるから、正解の 1 桁目は、桁上げの 1 と 残りの 1 に

分解出来る。 2 桁目は桁上げを加えて 7 となるが、 これは又、

桁上げの 1 と 残 0 とに分かれる。 その桁上げ分を最上位に

加えて、2 となる。 即ち、(2 0 1) に変換される。 これが、

先に、誤答? かと早とちりされたものである。

同様のことが、誤答から正解への変換でも成立する。

かくて、実は、正答と同じことであるのである。

解 2c. 誤答 (2 0 5) <ー> 正解(1 6 12)

7 進法であるから、正解の 1 桁目は、桁上げの 1 と 残りの 5 に

分解出来る。 2 桁目は桁上げを加えて 7 となるが、 これは又、云々

で、前述と同じ論法で、互いに変換出来る。

同上の J 算法

(3 # 7) #: 1 6 12 -> 2 0 5

以下の説明はは最下行から、上向きに読んで欲しい。

0 0 1 -> 1 + 1 = 2 が 最上桁が出来る。。
0 0 6 -> 6 + 1 -> 0 と 桁上げして 1。

0 1 5 -> 最下桁へ の 5 と 桁上げ 1 がある。
かくて、正解 (1 6 12) -> (2 0 5) となったので、これで良い。

しかし、このチェック法では、どうも、まどろっこしいな！

4. 簡 便 法

例題として:

練 習 問 題 文献 0-b) p. 142

1． 次の多項式の 2 – 進展開を求めよ。

(b) t^3 + t - 1 (d) t^4 + 2t^3 -t + 5

2． 問題1の多項式の 3 – 進展開を求めよ。

（回答は、本稿末尾に、c0, c1, c2 ･･･の順に示した。）

解 1b. t3=. 1 0 1 _1 正解 (1 6 13 9)

与数は 10 進数として 10 #. t3 -> 1009。

その 1009 を 8 進数に変換して、

(5 # 8) #:1009 -> 0 1 7 6 1

(4 # 8) #: 1 7 6 1
0 0 1 -> 0 0 1 ･･････-> 1
0 0 7 -> 0 0 6 ･･････-> 6
0 0 6 -> 0 1 5 -> 8 + 5 -> 13
0 0 1 -> 0 1 1 -> 8 + 1 -> 9

と理解出来る。

そして、別途判って居る正解について、

8 #. 1 6 13 9 -> 1009 故、

確かに、最右端の縦列 (1 6 13 9) は正解である。

解 1d. t4 =. 1 2 0 _1 5 正解 (1 10 36 55 3)

与数は 10 進数として 10 #. t4 -> 11995。

その 11995 を 8 進数に変換して、

(5 # 8) #: 11995 -> 0 0 0 2 7 3 3 3

(5 # 8) #: 2 7 3 3 3
0 0 0 0 2 -> 0 0 1 ･･････-> 1
0 0 0 0 7 -> 0 1 7 -> 0 1 0･････-> 10

0 0 0 0 3 -> 0 0 3 -> 0 7 5 -> 13
0 0 0 0 3 -> 0 1 3 -> 87 + 1 -> 9
0 0 0 0 3 -> 0 0 3

どうも、ゴタゴタして居る。

これらを別途判って居る正解(1 10 36 55 3) に変換して

行くのは楽では無い。 更に、考える必要がある。

解 2b. t3=. 1 0 1 _1 正解 (1 9 28 29)

7 進数: (5 # 7) #:1009 -> 0 2 6 4 1

(4 # 7) #: 2 6 4 1
0 0 0 2 -> 0 1
0 0 0 6 -> 1 2 - 1*7 + 2 -> 9
0 0 0 4 -> 4 0 -> 4*7 + 0 -> 28
0 0 0 1 -> 4 1 -> 4*7 + 1 -> 28 + 1 -> 29

結局、最右縦列は (1 9 28 29) と変換出来る。

これは、正解である。

解 2d. t4 =. 1 2 0 _1 5 正解 (1 14 72 161 137)

(5 # 7) #: 11995 -> 4 6 6 5 4

(5 # 7) #: 4 6 6 5 4
0 0 0 0 4
0 0 0 0 6
0 0 0 0 6 => (1 14 72 161 137) への変換は難関である。
0 0 0 0 5
0 0 0 0 4 更に、別途、考えよう！

5. 別途の 新 法

langchk0 法 (Script は末尾に)

解 1d. 8 進数経由。

x18=. 8 2 7 3 3 3 3 先頭の 8 は 8 進法、 末尾の 3 はダミー。
中間の 2 7 3 3 3 は、上記の解 1d. 内のもの。
y18=. 1 10 36 55 3 別途判って居る正解。 この両者を比較する。

x18 langchk0 y18

8 （進数経由）

2 7 3 3 3 3 (x18 の本体)
1 10 36 55 3 (y18)

5 （桁、y18 の）

i= 0
2
1
7

i= 1
10
3

i= 2
36
3

i= 3
55
3

i= 4
3
3

i= 5

Happy End !
0

解 2d. 7 進数経由

```
x27 =. 7 4 6 6 5 4 4
y27 =. 1 14 72 161 137

  x27 langchk0 y27
```

7 （進数経由）

4 6 6 5 4 4 (x27 の本体)
1 14 72 161 137 (y27)

5 （桁、y27 の）

i= 0
4
1
6

i= 1
14
6

i= 2
72
5

i= 3
161
4
137

i= 4
137
137

Happy End !
0

7. むすび

多進数の変換について、色々、話題があるもので。
代数方程式の根の変換や、さらに チルンハウゼン変換にも便利に

使えよう。 J 言語の能力の便利さが再び示された。

文　献

0 -a) サージ・ラング Serge Lang 原著:芹沢正三訳
「ラング 線形代数学(上)Linear Algebra 1987」筑摩書房

ちくま学芸文庫・2010・5・10 第一刷、pp.272

(1971 年 4 月 15 日、ダイアモンド社から刊行の再発行)

0-b) サージ・ラング Serge Lang 原著:芹沢正三訳
「ラング 線形代数学(下)Linear Algebra 1987」筑摩書房
ちくま学芸文庫・2010・5・10 第一刷、pp.268

(1971 年 4 月 15 日、ダイアモンド社から刊行の再発行)

1) 中野嘉弘「 多項式の α- 進 展開法 」JAPLA 2010/May/22

2) 西川利男: 電子メール 2010 年 5 月 25 日 6:39

中野「多項式の α 進展開」へのコメント ー 西川

練習問題 の 解答

答の数列は、多項式の係数 c0, c1, c2 ...(昇冪順)に書かれて

居るので、もし、t の降冪に計算した場合には、逆順にして比較せよ。

1. (a) 3, 4, 1 (b) 9, 13, 6, 1

(c) 7, 4, 1 (d) 3, 55, 36, 10, 1

2. (a) 8, 6, 1 (b) 29, 28, 9, 1

(c) 12, 6, 1 (d) 137, 161, 72, 14, 1

Scripts

```
NB. power of  pm function  (polynomials multiplication)

bm=: 3 : 0
 :
if. x = 0 do. 1 return. end.

im=.x
i=. 1
ypm =. y *1
if. i = im do.  goto_e. end.
label_1.  i=.i+1
 ypm =. ypm pm y

   if. i = im do. goto_e. end.
goto_1.

label_e.
NB.   wr i
 ypm
)
```

```
NB.  Lang変換チェック  by Y.NAKANO
NB.  2010/Jun/20

langchk0=: 3 : 0
:
s=. x
wr  dx=.0 { x
wr   X =. }. x
wr  y
wr  ym=. #  y
i=.0
wr ' i= ', ":i
wr p=. i{X
 while. i < ym  do.
  s=.p
 wr a=.i{y
if. (p = a) *(i>1) do. goto_e. end.
 wr t=. (i+1){X
  p=.t + (s -a)*dx
NB.  if. p = a do. goto_e. end.
 i=.i+1
wr ' i= ', ":i
NB. if. p = a do. goto_e. end.
 end.
  label_e.
 wr ' Happy End !'
  p-a
)
```