

得票と政治パワー ゲーム理論の諸相 (2)

SHIMURA Masato
jcd02773@nifty.com

2010年7月21日

目次

1	シャープレー・シュービク指数	2
2	バンザフ指数	4
3	デーガン・パッケル指数	4
4	さる参議院選の分析	6
5	References	10

概要

提携型のゲーム理論の中で得票と政治パワーを解明する Shapley-Schbik 指数, Banzhaf 指数, Deegan-Packel 指数のスク립トを作成し、民主党が苦戦した参議院選を例に各手法を検討する

Some power index, Shaplay-Shubik index Banzaf index and Deedan-Packel index measure the powers of players in a voting game.

注意 組み合わせの計算は多量のメモリを消費し、組み合わせを増やすと急激に長時間（一夏もありうる）を要する。

はじめに

久しくその名を目にすることが少なかったイングランドの憲政史に名を連ねたウイッグ党=自由党が連立政権に参画し彼処も多党時代となった。

政党や各種パーティーでの得票と多数形成の方法に関してゲーム理論から提携ゲームとして何種類かの理論が提案されている。そのなかで代表的な次の3をスク립トを作成して検討する。

- Shapley-Shubik 指数
- Banzhaf 指数
- Deegan-Packel 指数
- 必要得票 (半数, $\frac{2}{3}$, etc) は自動計算でなく手入力 (左引数) とする
- 孤立政党は入力のパーティの構成に含めない。含めると解は異なる
- 無所属を全て 1 とすると組み合わせが膨大になる
 - 公認漏れは本来の帰属に含める。
 - グループ化出来るところはグループに分ける

1 シャープレー・シュービク指数

Lloyd Shapley and Martin Shubik(1954)

力業法である。

- 構成パーティーの全ての組み合わせを **tap** で求め、指標とする。SS 法は指標の順を換えてはいけない。
- 議席数を tap の指標順に入れる。
- 左から順に累計していき、必要得票に足した箇所を pivot とする。
- 各パーティーの pivot 数を数え得点とする

1.1 Example の経過と解説

1. Example 議決に必要な数=65//A=20 B=30 C=40

2. **tap** table of permutation

- tap
- tap 3 の組み合わせ (6 通り)

```
tap=:i.@! A. i.
```

```
tap 3
```

```
0 1 2
```

```
0 2 1
```

```
1 0 2
```

```
1 2 0
```

```
2 0 1
```

```
2 1 0
```

3. tap の順に議席を積み上げる。必要数 (=65) と比較するとピボットが出る。

```
65 ss0_sub 20 30 40
```

```

+-----+-----+-----+
|0 1 2|0 0 1|20 50 90|
|0 2 1|0 0 1|20 60 90|
|1 0 2|0 0 1|30 50 90|
|1 2 0|0 1 1|30 70 90|
|2 0 1|0 0 1|40 60 90|
|2 1 0|0 1 1|40 70 90|
+-----+-----+-----+
tap pivot cumurative

```

4. pivot が最初に 1 になった位置に対応する tap の構成を抽出

```
CV0=:: { . L:0 ({ PIVOT) # L:0 { TAP
```

```
CV0
```

```
2 1 2 2 1 1
```

0 は 0 回、1 が 3 回、2 が 3 回

5. =の外積を用いて整理する。

(0 1 2=A B C) と後ろのボックスとの比較を =の外積 (=/) で行い、(横に) 数え上げる

```

0 1 2 =/ table 2 1 2 2 1 1
+---+-----+
|=/|2 1 2 2 1 1|
+---+-----+
|0 |0 0 0 0 0 0|NB. 0
|1 |0 1 0 0 1 1|NB. sum = 3
|2 |1 0 1 1 0 0|NB. sum = 3
+---+-----+

```

6. 比率に直す。(A=0,B=50,C=50)

```

65 ss0 20 30 40
+-----+-----+
|0 1r2 1r2|2 1 2 2 1 1|
+-----+-----+
A B C |C B C C B B NB. indices

```

2 バンザフ指数

- Example

party a=.30 40 80 50

必要票数=115

- 4 パーティの組み合わせ (単独と全数が入っている)
自己を除いた順序は問わないのでソートして重複を取り去る

```
3 5 $ take_allpair a
+-----+-----+-----+-----+-----+
|0   |1   |2   |3   |0 1   |
+-----+-----+-----+-----+
|0 2  |0 3  |1 2  |1 3  |2 3   |
+-----+-----+-----+-----+
|0 1 2|0 1 3|0 2 3|1 2 3|0 1 2 3|
+-----+-----+-----+-----+
```

- (自己を除いた全ての組合せでの票数) + 自己の票数
を作成する
- 上で自己が入ったときに必要得票に達する場合のみを数える (swing という)
- ABCD それぞれに同じ処理を行う

```
a,. 115 bz a
30 1r8   NB. A
40 3r8   NB. B
80 5r8   NB. C
50 3r8   NB. D
```

3 デーガン・パッケル指数

極小勝利提携 (どれかが抜けると必要得票にならない提携) の組み合わせを見つける。思考が苦
手な機械用に総当たりのスクリプトを作成する。

3.1 経過と解説

Example 持ち票の Example 議決には 24 票必要とする

```
24:20 4 3 1 1
```

a=.20 4 3 1 1

組み合わせ 総組み合わせ → 勝利提携 → 極小勝利提携を求める

見た目は簡単そうだが機械に教えるのは相当複雑である。

- 5 のパーティーの組み合わせ総数は tap5=120 通り
- 24 に達するものを選ぶ。組み合わせの順は問わないのでソートして重複は除く
- 勝利提携の組み合わせの総数は 11

```

3 4 $ 24 combination_all a
+-----+-----+-----+-----+
|0 1    |0 1 2  |0 1 2 3|0 1 2 3 4|
+-----+-----+-----+-----+
|0 1 2 4|0 1 3  |0 1 3 4|0 1 4   |
+-----+-----+-----+-----+
|0 2 3  |0 2 3 4|0 2 4  |
+-----+-----+-----+

```

- 11 組から極小勝利提携を抽出する。
極小勝利提携とは 1 パーティーでも抜けると勝利提携にならない提携の組み合わせ (0 1) が極小なので (0 1 x) は削除。
同様に (0 2) 関連の (0 2 3 x) も削除。
- 極小勝利提携の組み合わせ

```

24 calc_min a
+---+-----+-----+
|0 1|0 2 3|0 2 4|
+---+-----+-----+

```

評価

- 各提携の価値を評価 (各提携内での価値は票数と関係なく平等である)
座敷のかかる数と提携数で得点を配分する
各パーティーと極小勝利提携を e. で照査する

```

;"1) ,. (i. # a) e. (L:0) 24 calc_min a
1 1 0 0 0  NB. 0 1
1 0 1 1 0  NB. 0 2 3
1 0 1 0 1  NB. 0 2 4
A B C D E  NB. party

```

- 横の合計を取り、逆数として 1 と置き換える
- 置き換えた逆数を縦に合計する (座敷のかかった回数)

```

24 dpx a
+-----+
|1r2 1r2  0  0  0 | NB. 0 1
|1r3  0 1r3 1r3  0 | NB. 0 2 3

```

```

|1r3  0 1r3  0 1r3 | NB. 0 2 4
+-----+
| 7r6 1r2 2r3 1r3 1r3| NB. 縦の合計
|7r18 1r6 2r9 1r9 1r9| NB. 提携数=3->逆数の 1r3 をかける
+-----+
  0   1   2   3   4  NB. 個別グループ

```

- 提携数 (=3) で割る

4 さる参議院選の分析

- 菅選手のポテポテのフリーキックが外れて様相が変わった。
- 衆議院では $\frac{2}{3}$ に達しない。

	前	後	増減
民主	116	106	-10
自民	71	84	+13
公明	21	19	-2
共産	7	6	-1
国民	6	3	-3
社民	5	4	-1
革新・たちあがれ	9	5	-4
みんな	1	11	+10
幸福	1	1	0
無所属	4	3	-1
欠員		1	

(出典 朝日新聞)

4.1 入力

- 組合せの計算オーバーフローを避けるため、減次した
- 過半数は左引数で入力 (121)
- 共産党との提携はないものとする

```

DC0, :DC1
116 71 21 7 6 9 5 5 1
106 84 19 6 3 5 4 4 11

```

4.2 SS 指数

- SS 指数は民主党が 85 から 50 にダウン

- 自民党は 3 弱から 15 に回復
- みんなの党は 12

改選前

```

a0, . _1 x: ;{. 121 ss0 a0
116 0.857143
71 0.0238095
21 0.0238095
6 0.0238095
9 0.0238095
5 0.0238095
5 0.0238095
1 0

```

改選後

```

a1, . _1 x: ;{. 121 ss0 a1
106 0.497619
84 0.15
19 0.15
3 0.0142857 NB. 国民新
5 0.0238095 NB. 革新たちがれ
4 0.0238095 NB. 社民
4 0.0238095 NB. 無所属
11 0.116667 NB. みんな

```

4.3 BZ 指数

BZ 指数も概ね似た結果となった。民主党は 85 から 50 に縮小する。

	前		後	
民主	62	0.849315	50	0.49505
自民	2	0.0273973	14	0.138614
公明	2	0.0273973	14	0.138614
国民新	2	0.0273973	2	0.019802
革新たちがれ	2	0.0273972	5	0.049505
社民	1	0.0136986	3	0.029703
無所属	1	0.0136986	3	0.029703
みんな	1	0.0136986	10	0.0990099

改選前

```

a0 ,. 121 bz a0
116 31r32
71 1r32
21 1r32
6 1r32
9 1r32
5 1r64
5 1r64
1 1r64

```

改選後

```

a1 ,. 121 bz a1
106 25r32
84 7r32
19 7r32
3 1r32
5 5r64
4 3r64
4 3r64
11 5r32

```

4.4 DP 指数

DP 指数の結果は異なる。組み合わせの妙と登場回数がカウントされるので小党のウエイトが高くなる

民主	11r60	0.183333
自民	17r120	0.141667
公明	17r120	0.141667
国民新	1r16	0.0666667
革新たちあがれ	17r180	0.0944444
社民	17r180	0.0944444
無所属	17r180	0.0944444
みんな	11r60	0.183333

(<a0), 121 dpx a0

```

+-----+
|116 71 21 6 9 5 5 1 |
+-----+
|1r2 1r2 0 0 0 0 0 |
|1r2 0 1r2 0 0 0 0 |
|1r2 0 0 1r2 0 0 0 |
|1r2 0 0 0 1r2 0 0 |
|1r2 0 0 0 0 1r2 0 |
|1r2 0 0 0 0 0 1r2 |
+-----+
| 3 1r2 1r2 1r2 1r2 1r2 1r2|
|1r2 1r12 1r12 1r12 1r12 1r12 1r12|
+-----+

```

(<a1), ans

```
+-----+
|106 84 19 3 5 4 4 11 |
+-----+
|1r2 1r2 0 0 0 0 0 0 |
|1r2 0 1r2 0 0 0 0 0 |
|1r5 0 0 1r5 1r5 1r5 1r5 0 |
|1r3 0 0 0 1r3 0 0 1r3 |
|1r3 0 0 0 0 1r3 0 1r3 |
|1r3 0 0 0 0 0 1r3 1r3 |
| 0 1r5 1r5 1r5 1r5 0 0 1r5 |
| 0 1r5 1r5 1r5 0 1r5 0 1r5 |
| 0 1r5 1r5 1r5 0 0 1r5 1r5 |
| 0 1r5 1r5 0 1r5 1r5 0 1r5 |
| 0 1r5 1r5 0 1r5 0 1r5 1r5 |
| 0 1r5 1r5 0 0 1r5 1r5 1r5 |
+-----+
| 11r5 17r10 17r10 4r5 17r15 17r15 17r15 11r5|
|11r60 17r120 17r120 1r15 17r180 17r180 17r180 11r60|
+-----+
```

4.4.1 極小勝利提携

DP法の目的の一つは極小勝利提携を見つけることである。

この後の解析手法は幾通りか提案されている。政治的要素を考慮して提携軸を明確にする手法と本稿のような計算問題に帰着させる手法がある

- 改選前は共産党を除くと0(民主)以外の極小勝利提携は無い

```
121 calc_min a0
+---+---+---+---+---+---+
|0 1|0 2|0 3|0 4|0 5|0 6|
+---+---+---+---+---+---+
```

- 改選後は共産を除く極小勝利提携の軸が0(民主)と1(自民)に増え、構成可能性は同じ数である。みんなは9/12の提携に関与できる。

```
121 find_min a1=. 3 drop_item DC1
+-----+-----+-----+-----+
```

```

|0 1      |0 2      |0 3 4 5 6|0 4 7    |
+-----+-----+-----+-----+
|0 5 7    |0 6 7    |1 2 3 4 7|1 2 3 5 7|
+-----+-----+-----+-----+
|1 2 3 6 7|1 2 4 5 7|1 2 4 6 7|1 2 5 6 7|
+-----+-----+-----+-----+

```

5 References

<http://homepage2.nifty.com/TOMOMI/voting/voting.html>

Miscellance

J 602 is download available

<http://www.jsoftware.com>

Script is in

<http://japla.sakura.ne.jp>