

(JAPLA 2008/10/25)

「単位分数」への分解

統計数理研究所(名誉教授) 鈴木義一郎

ここに、1つの「ホールケーキ」があるとしよう。これを4人で平等に分けて食べるには、「四半分(半分の半分)」にすればよい。この四半分のことを「 $1/4$ 」と書いて、いわゆる「分数」と呼ばれているものである。このように、1を分子とする分数の概念は分かりやすい。これを「単位分数」と名づけている。

ここで、無意味な「分数計算」を強要することが、“算数(数学)嫌い”の生徒を増やすことにつながることを強調しておきたい。

次に、2を分子とする分数は(当然分母は奇数である！)

$$2/3 = 1/2 + 1/6$$

$$2/5 = 1/3 + 1/15$$

$$2/7 = 1/4 + 1/28$$

のようにを単位分数の和で表すことができる。

一般に、任意の a に対しても

$$2/a = 1/b + 1/c$$

という関係を満たす b 、 c を求めるには

$$2bc = a(b+c) \longrightarrow (2b-a)c = a \times b$$

という関係より

$$a = 3 \text{ のとき } \quad b = 2 \text{ とすると } \quad (4-3)c = 3 \times 2 = 6 \quad \text{より } c = 6$$

$$a = 5 \text{ のとき } \quad b = 3 \text{ とすると } \quad (6-5)c = 5 \times 3 = 15 \quad \text{より } c = 15$$

$$a = 7 \text{ のとき } \quad b = 4 \text{ とすると } \quad (8-7)c = 7 \times 4 = 28 \quad \text{より } c = 28$$

そこで、「J言語」というプログラミング言語で、上記のような分解を出力する関数を、以下のように与えることができる：

<pre>ratio2=:3 :0 b;c=. x:(2%y)-b=. x:%>.y%2 ("b), ' + ',":c)</pre>	<pre>ratio3=:3 :0 b;c=. x:(3%y)-b=. x:%>.y%3 (s=.(":b), ' + ');a=.". {c=."":c if. a=1 do. s, c else. s, ratio2".2}. c end.)</pre>
---	---

分子が2の分数の分解		分子が3の分数の単位分数への分解		「2/3」といった分数は、J言語では「2r3」のように表示される。
ratio2 3	ratio2 11	ratio3 4	ratio3 10	
1r2 + 1r6	1r6 + 1r66	1r2 + 1r4	1r4 + 1r20	
ratio2 5	ratio2 13	ratio3 5	ratio3 11	
1r3 + 1r15	1r7 + 1r91	1r2 + 1r10	1r4 + 1r44	
ratio2 7	ratio2 15	ratio3 7	ratio3 13	
1r4 + 1r28	1r8 + 1r120	1r3 + 1r11 +	1r5 + 1r33 +	
ratio2 9	ratio2 17	1r231	1r2145	
1r5 + 1r45	1r9 + 1r153	ratio3 8	ratio3 14	
		1r3 + 1r24	1r5 + 1r70	

div=:3 :'+. ". ' j' (+/(i.#s)*'r'=s)}s=."":y'	div 2r7	div 7r22
red=:3 :'b, x:(%/a)-b=. x:%>.%/ . a=. div y'	2 7	7 22
ratio=:3 :0	red 3r7	red 2r21
t=. {:s=. red y	1r3 2r21	1r11 1r231
while. 1<{.div t do. s=. (}:s), red t end.	red 7r22	red 3r44
)	1r4 3r44	1r15 1r660

]R2=:ratio 2r7]R3=:ratio 3r7]R4=:ratio 4r7]R5=:ratio 5r7
1r4 1r28	1r3 1r11 1r231	1r2 1r14	1r2 1r5 1r70
+/R2	+/R3	+/R4	+/R5
2r7	3r7	4r7	5r7

ratio 7r23

lr4 lr19 lr583 lr1019085