§１ 理論比率との適合性のモデル選択

```
AIC0=:_2:*mll0=:[:+/]*^.@[ NB. 左引数に理論比率を与えたモデルのMLLとAIC
AIC1=:4 :'(<:#y.)+((%+/)y.)AIC0 y.' NB. 最尤推定モデルのAIC
```

]Y=:480 420 480 420]X0=:0.5 0.5 0.5 0.5		ある病院で生まれた男児と女児の数を表わす(架空の)データである。 出生数を男女同じであるとしたときの理論比率をX0という変数に挿入する。
Y*^.X0 _332.711 _291.122	]MLL=:+/Y*^.X0 _623.832	X0の対数値にYを掛けその合計値で、理論モデルの下での最大対数尤度。
_2*MLL 1247.66	-+:+/Y*^.X 1247.66	上の結果の合計に(-2)を掛け値で、理論モデルの情報量規準(パラメータ数は0)
X AIC0 Y 1247.66		上の一連の演算結果と同じで、「AIC0」は理論モデルの下での情報量規準を出力する。
]X=:(%+/)Y 0.533333 0.466667		観測結果から得求めた比率(最尤推定値)、「(%+/)Y＝Y%+/Y」はフックである。
X mll0 Y _621.831	X AIC0 Y 1243.66	Xを左引数に入力した「mll0」と「AIC0」の演算結果で
((%+/)Y)AIC0 Y 1243.66 <:# Y 1 (<:#Y)+((%+/)Y)AIC0 Y 1244.66		最尤推定モデルの下での最大対数尤度の(-2)倍の値が得られる。 Yのアイテム数から１を引いた値で、推定したパラメータの数である。 最大対数尤度の(-2)倍にパラメータ数１の2倍の値を加えている。
X AIC1 Y 1244.66		以上の一連の演算結果と同じで、最尤推定モデルの下での情報量規準の値である。
(1.06 1%2.06)AIC0 Y 1244.93		女１に対して男1.06という出生性比で、この理論モデルの下でのAICの値が算出されている。最尤推定モデルのAICより小さい。
(UAIC0=:_2:*[:+/]*[:^.%@#]) Y 1247.66		「AIC0」という関数の左引数を常に等確率にとると、「UAIC0」という関数型定義の片側関数は、一様分布のモデルの下での情報量規準を与える。

§２ 分割表データの特殊モデルへの分解

統計数理研究所の『日本人の国民性調査』で、「もう一度生まれ変わるとしたら、男と女のどちらに生まれてきたいか」という質問への回答結果が以下の表に示してある。

生まれ変わりの希望の性（『日本人の国民性調査』）

調査年次	男のサンプル		女のサンプル		計	a
	男に	女に	男に	女に		
1958	614	36	492	210	1352	0.243
	(45.4)	(2.7)	(36.4)	(15.5)	(100)	
1963	1099	89	796	519	2503	0.318
	(43.9)	(3.6)	(31.8)	(20.7)	(100)	
1968	1264	73	695	768	2800	0.471
	(45.2)	(2.6)	(24.8)	(274)	(100)	
1973	1833	111	1067	1281	4292	0.487
	(42.7)	(2.6)	(24.9)	(29.8)	(100)	
1978	749	37	445	559	1790	0.508
	(41.8)	(2.1)	(24.9)	(31.2)	(100)	
1983	889	48	490	712	2139	0.542
	(41.6)	(2.2)	(22.9)	(33.3)	(100)	
1988	750	37	348	605	1740	0.589
	(43.1)	(2.1)	(20.0)	(34.8)	(100)	
1993	736	28	293	650	1707	0.653
	(43.1)	(1.6)	(17.2)	(38.1)	(100)	
1998	545	28	210	479	1262	0.648
	(43.2)	(2.2)	(16.6)	(38.0)	(100)	

一般に、2×2分割表の形で与えられるデータに対するモデルは

$$\begin{array}{|c|c|}\hline p_{11} & p_{12} \\ \hline p_{21} & p_{22} \\ \hline \end{array} \quad p_{11}+p_{12}+p_{21}+p_{22}=1$$

のように、３つのパラメータで記述できる。さらにこのモデルを

$$\begin{array}{|c|c|}\hline p_{11} & p_{12} \\ \hline p_{21} & p_{22} \\ \hline \end{array} = a\times \begin{array}{|c|c|}\hline p & 0 \\ \hline 0 & (1-p) \\ \hline \end{array} + (1-a)\times \begin{array}{|c|c|}\hline pq^{*} & p(1-q^{*}) \\ \hline (1-p)q^{*} & (1-p)(1-q^{*}) \\ \hline \end{array}$$

のように、「対角型モデル」と「独立型モデル」の加重平均の形に分解する。ここで

$$p = p_{11} + p_{12}\ ,\ \ a = \left(p_{11}p_{22} - p_{12}p_{21}\right) / p(1 - p)$$
$$q = p_{21} + p_{22}\ ,\ \ q^{*} = (q - ap)/(1 - a)$$

例えば、1958年のデータに対しては

$$\begin{array}{|c|c|}\hline 45.4 & 2.7 \\ \hline 36.4 & 15.5 \\ \hline \end{array} = 0.243 \times \begin{array}{|c|c|}\hline 48.1 & 0 \\ \hline 0 & 51.9 \\ \hline \end{array} + 0.757 \times \begin{array}{|c|c|}\hline 44.5 & 3.6 \\ \hline 48.1 & 3.8 \\ \hline \end{array}$$

のように分解できる。これより、a の値は“0.243”と推定できる。表の右端に示した数値が、このような a の値である。40年の間に a の値25%弱から65%まで増大し、女性の回答で「次も女に」の比率が高くなり、男性優位の社会が崩壊しつつある状況が読みとれる。

<table>
<tr>
<td>Q58=:2 2$45.4 2.7 36.4 15.5
Q63=:2 2$43.9 3.6 31.8 20.7
Q68=:2 2$45.2 2.6 24.8 27.4
Q73=:2 2$42.7 2.6 24.9 29.8
Q78=:2 2$41.8 2.1 24.9 31.2</td>
<td>Q83=:2 2$41.6 2.2 22.9 33.3
Q88=:2 2$43.1 2.1 20 34.8
Q93=:2 2$43.1 1.6 17.2 38.1
Q98=:2 2$43.2 2.2 16.6 38</td>
</tr>
<tr>
<td>decomp=:3 :0
p=.+/{.y [q=.+/{."1 y=.y.%100
a=.".0.3":((*/@}.-{.)1|.*//.y)%p*-.p
r=.".0.3":(p,-.p)*/r,-.r=.(q-a*p)%-.a
a;(2 2$100*p,0,0,-.p);(-.a);100*r
)</td>
<td>2×2分割表のデータを「対角型モデル」と「独立型モデル」の加重平均の形に分解する関数を定義している。</td>
</tr>
<tr>
<td>decomp Q58
| 0.243 | 48.1 0 / 0 51.9 | 0.757 | 44.5 3.6 / 48.1 3.8 |
decomp Q63
| 0.318 | 47.5 0 / 0 51.9 | 0.682 | 42.2 5.3 / 48.1 3.8 |
decomp Q68
| 0.471 | 47.8 0 / 0 51.9 | 0.529 | 42.9 4.9 / 46.9 5.3 |
decomp Q73
| 0.487 | 45.3 0 / 0 54.7 | 0.513 | 40.2 5.1 / 48.6 6.1 |
decomp Q78</td>
<td>decomp Q83
| 0.542 | 43.8 0 / 0 56.2 | 0.458 | 39 4.8 / 50 5.6 |
decomp Q88
| 0.589 | 45.2 0 / 0 54.8 | 0.411 | 40.1 5.1 / 48.6 6.2 |
decomp Q93
| 0.653 | 44.7 0 / 0 55.3 | 0.347 | 40.1 4.6 / 49.6 5.7 |
decomp Q98
| 0.648 | 45.4 0 / 0 54.6 | 0.352 | 39.2 6.2 / 47.1 7.5 |</td>
</tr>
</table>

0.508	43.9　　0 0 54.7	0.492	39.6 4.3 50.6 5.5

§３ 分割表データの従属モデルと独立モデルに対する最尤推定

```
MLED=:%+/@, NB. 分割表の従属モデルのパラメータの最尤推定
MLEI=:(+/"1*/+/)@(%+/@,) NB. 分割表の独立モデルのパラメータの最尤推定
```

]C=:2 2$45 15 25 15 45 15 25 15]B=:(%+/@,)C 0.45 0.15 0.25 0.15	2×2の分割表のデータを変数Cに挿入して表示している。 Cの各要素を要素の総数100で割った値を示している。
MLED C 0.45 0.15 0.25 0.15	上と同じ結果で、従属モデルのパラメータの最尤推定値を与える。
]E=:+/"1 B 0.6 0.4]F=:+/ B 0.7 0.3 (+/"1*/+/)B 0.42 0.18 0.28 0.12	Bの1-セル(横方向)に対する合計値を求めてEに挿入。 Bのアイテム(縦方向)に対する合計値を求めてEに挿入。 「E=:+/" B＝0.60 0.4」と「F=:+/B=0.7 0.3」の外積を作成している。
MLEI C 0.42 0.18 0.28 0.12	上と同じ結果で、独立モデルのパラメータの推定値を与える。

…………「統計学」メモ ……………………

a	b	$a+b$
c	d	$c+d$
$a+c$	$b+d$	n

【２×２分割表】

右のような２×２分割表のデータが与えられた場合、まず独立モデルの２つのパラメータ p , q に対する最尤推定は、

$$P=(a+b)/n \, , Q=(a+c)/n$$

のように与えられる。

さらに、従属モデルのパラメータ p_{11} , p_{12} , p_{21} , p_{22} に対する最尤推定も

$$P_{11}=a/n\,,P_{12}=b/n\,,P_{21}=c/n\,,P_{22}=d/n\quad(n=a+b+c+d)$$

のように与えられる。

§４ 分割表モデルの最大対数尤度(MLL)と情報量規準(AIC)

```
MLLI=:[:+/[:,]*^.@MLEI NB. ２×２分割表の独立モデル最大対数尤度
MLLD=:[:+/[:,]*^.@MLED NB. ２×２分割表の従属モデル最大対数尤度
AICI=:2:*([:+/<:@$)-MLLI NB.分割表の独立モデルの情報量規準(AIC)
AICD=:2:*([:<:+/@$)-MLLD NB.分割表の従属モデルの情報量規準(AIC)
```

]A=:MLEI C 0.42 0.18 0.28 0.12	+/,C*^.A _128.388	独立モデルのパラメータの推定値をＡに挿入。このＡという値の対数にＣを掛けた結果の各要素の合計である。
]A1=:(MLLI=:[:+/[:,]*^.@MLEI)C _128.388		上と同じ結果で、独立モデルの下での最大対数尤度を与えている。
]P2=:+/<:$ C 2	+:P2-A1 260.775	Ｃの各ランクから１を引いた値の合計をP2に挿入、「P2-A1」の２倍を与えている。
AICI C 260.775		上の結果と同じで、分割表の独立モデルの下での情報量規準を与えている
]B=:ML 0.45 0.15 0.25 0.15	+/,C*^.B _127.504	従属モデルのパラメータの推定値をＢに挿入。このＢという値の対数にＣを掛けた結果の各要素の合計である。
]B1=:(MLLD=:[:+/[:,]*^.@MLED)C _127.504		上と同じ結果で、従属モデルの下での最大対数尤度を与えている。
]P3=:<:*/$ C 3	+:P3-B1 261.008	Ｃの要素の数から１を引いた値をP3に挿入、さらに「P3-B1」の２倍を与えている。
AICD C 261.008		上と同じ結果で、分割表の従属モデルの下での情報量規準を与えている。

…………「統計学」メモ ……………………

pq	$p(1-q)$	p
$(1-p)q$	$(1-p)(1-q)$	$1-p$
q	$1-q$	1

【独立モデル】

p_{11}	p_{12}	p
p_{21}	p_{22}	$1-p$
q	$1-q$	1

【従属モデル】

従属モデルの場合の最大対数尤度は

$$MLLD = a\log(a/n) + b\log(b/n) + c\log(c/n) + d\log(d/n) \quad (n = a + b + c + d)$$

さらに独立モデルの場合の最大対数尤度も、次のように与えられる。

$$MLLI = a\log PQ + b\log P(1 - Q) + c\log(1 - P) + d\log(1 - P)(1 - Q)$$

$$(P = (a + b)/n, Q = (a + c)/n \quad ; \quad n = a + b + c + d)$$

§５ 平均が等しいとするモデルの情報量規準

```
var=:[:mean*:@(-mean=:+/%#) NB. 分散を与える片側形関数(Tacit)

AIC2=:4:+#@;*1:+[:^.(o.2)"_*var@;
 NB. 等平均を仮定したモデルの情報量規準(AIC)を与える片側形関数(Tacit)
```

M1=:11 13 12 9 2 2 1 0 0 1 0 0

M2=:10 7 14 5 1 11 11 6 14 13 11 14 13 15 7 13 9 2

【M1 は水戸泉という幕内力士の平成 3･4 年の 12 場所の番付位置のデータで、0 は三役】

【M2 は水戸泉の平成 5 年以降 18 場所の番付位置のデータ】

]V=:var Y=: ; M1;M2 27.8456 ^.o.2*V 5.16455	M1 と M2 を結合したデータの分散の値を V に挿入している。 上の V という値に「o.2＝2π」を掛けてから対数(^.)をとっている。
4+(#M)*1+^.o.2*V 188.937 AICM2 M1;M2 188.937	上の値に 1 を加えてから「(#Y)＝30」を掛けて、最後に 4 を加えている。 上の一連の演算結果で、平均が等しいとするモデルの AIC の値を算出している。

…………「統計学」メモ ……………………

標本数が必ずしも同じでないような２組の観測値

x ＝（$x_1, x_2, \cdots\cdots, x_m$）は正規分布 $N(\mu_{01}, \sigma_0{}^2)$

y ＝（$y_1, y_2, \cdots\cdots, y_n$）は正規分布 $N(\mu_{02}, \sigma_0{}^2)$

に従って分布している（分散の値は共通であるが未知）とする。

$\mu_{01} = \mu_{02} (= \mu_0)$ とするモデル（M1）の下での $(\mu_0, \sigma_0{}^2)$ に対する最尤推定は

$$\mu = \frac{1}{m+n}\left\{\sum_{i=1}^{m} x_i + \sum_{j=1}^{n} y_j\right\} \quad , \quad \sigma^2 = \frac{1}{m+n}\left\{\sum_{i=1}^{m}(x_i - \mu)^2 + \sum_{j=1}^{n}(y_j - \mu)^2\right\}$$

のように与えられ、情報量規準も

$$AIC11 = (m+n)\{1 + \log(2\pi\sigma^2)\} + 2 \times 2$$

のように与えられる。

§６ 平均が異なるとするモデルの情報量規準

```
ssdev=:+/@*:@(-mean) NB. 偏差平方和を与える関数
AIC3=:3 :'6+n*1+^.o.2*(+/ssdev&>y.)%n=.+/#&>y.'
```

]Q=:ssdev&>M=:M1;M2 308.25 307.111]K=:#&> M 12 18]V=:(+/Q)%N=:+/K 20.512 ^.o.2*V 4.85889	M1,M2 のデータの偏差平方和を求めている。 M1,M2 のデータの個数を変数 K に挿入している。 上の２種類の結果を足してから N で割って、分散の最尤推定値を V に挿入している 上の V という値に「o.2＝2π」を掛けてから対数をとっている。
6+N*1+^.o.2*V 181.767 AICM3 M1;M2 181.767 AICM2 M1;M2 188.937	上の値に１を加えてから「N=30」を掛けて、最後に 6(=2×パラメータ数)を加えている。 上の一連の演算結果で、平均が異なるモデルの場合の AIC の値を算出している。 平均が同じとするモデル(M1)に対しての AIC の値「188.937」よりかなり小さく、モデル(M2)が選択され、検定結果と合致する。

…………「統計学」メモ ……………………

$\mu_{01} \neq \mu_{02}$ と仮定したモデル（M21）の下での $\mu_{01}, \mu_{02}, \sigma_0^2$ に対する最尤推定は

$$\mu_1 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x_i, \mu_2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} y_j, \sigma^2 = \frac{1}{m+n}\left\{\sum_{i=1}^{m}(x_i - \mu_1)^2 + \sum_{j=1}^{n}(y_j - \mu_2)^2\right\}$$

で与えられるから、情報量規準も

$$AIC21 = (m+n)\left\{1 + \log\left(2\pi\sigma^2\right)\right\} + 2\times 3$$

のようになる。（この式での σ_0^2 に対する推定値 σ^2 は、$AIC11$ の場合での推定値 σ^2 とは異なっていることに注意）

§７ 平均も分散も異なるとするモデルの情報量規準

```
var=:[:mean*:@(-mean=:+/%#) NB. 分散を与える関数
AIC4=:8:+[:+/(#*1:+[:^.(o.2)"_*var)&>
 NB. 平均も分散も異なるモデル(M22)の情報量規準を与える関数
```

<table>
<tr><td>var M1
25.6875</td><td colspan="2">]A=:((o.2)"_*var) M1
161.399</td><td>M1 の分散の値に 2π を掛けて A に挿入している。</td></tr>
<tr><td>^.A
5.08388</td><td colspan="2">([:^.(o.2)"_*var) M1
5.08388</td><td>A の対数値を与えている。</td></tr>
<tr><td colspan="3">(#;1:+[:^.(o.2)"_*var) M1
┌──┬───────┐
│12│6.08388│
└──┴───────┘
D1=:(#*1:+[:^.(o.2)"_*var) M1
73.0066</td><td>M1 のデータ数ｍと「1+^.A」の値をボックスに分けて表示している。
「D1=:m*(1+^.A)」という値を算出している。</td></tr>
<tr><td colspan="2">]B=:((o.2)"_*var) M2
107.202</td><td>^.B
4.67471</td><td>M2 の分散の値に 2π を掛けて B に挿入しその対数値を算出している。</td></tr>
<tr><td colspan="3">]D2=:(#*1:+[:^.(o.2)"_*var)M2
102.145
(#*1:+[:^.(o.2)"_*var)&> M1;M2
73.0066 102.145</td><td>「D2=:n*(1+^.B)」という値を算出している。
D1 と D2 を同時に算出している。</td></tr>
<tr><td colspan="3">8++/D1,D2
183.151
AIC4 M1;M2
183.151</td><td>D1 と D2 の合計に「8=2×4」を加えている。
上と同じ結果で、平均も分散も異なるモデル(M22)の情報量規準(AIC)を与えている。</td></tr>
</table>

…………「統計学」メモ ……………………

$\mu_{01} \neq \mu_{02}$ 且つ $\sigma_{01}^2 \neq \sigma_{02}^2$ と仮定したモデル（M22）の下での $\mu_{01}, \mu_{02}, \sigma_{01}^2, \sigma_{02}^2$

に対する最尤推定は

$$\mu_1 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x_i, \mu_2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} y_j, \sigma_1^2 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(x_i - \mu_1)^2, \sigma_2^2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(y_j - \mu_2)^2$$

で与えられるから、情報量規準も

$$AIC22 = m\left\{1 + \log\left(2\pi\sigma_1^{\ 2}\right)\right\} + n\left\{1 + \log\left(2\pi\sigma_2^{\ 2}\right)\right\} + 2\times 4$$

のようになる。

§８ 回帰モデルの最尤推定と残差平方和

```
regb=:[%.1:,.|:@] NB. 回帰係数の最尤推定を与える(両側)関数。

regq=:[:+/[:*:[-(1:,.|:@])+/ .*regb NB. 残差平方和を与える(両側)関数
```

<table>
<tr><td>TM=:_8.9 _4.2 0.5 2.2 2.4
LA=:43.05 38.25 35.68 34.68 31.57
LO=:141.33 140.35 139.77 135.52 130.55
AL=:17.2 152.5 5.3 23.1 4.2</td><td>TMは札幌・山形・東京・大阪・鹿児島の５都市の１月の最低気温のデータ。LAとALは各都市の緯度、経度と標高のデータである。</td></tr>
<tr><td>   ]Y=:LA,:AL
43.05 38.25 35.68 34.68 31.57
 17.2 152.5   5.3 23.1   4.2
   $Y1=:1,.|:Y
5 3
   TM %. Y1
37.6381 _1.06343 _0.00661594
   ]B=:TM regb Y
37.6381 _1.06343 _0.00661594</td><td>「Y=:N,:H」というアレイ（リストでも構わない）をYに挿入している。

Yを「|:」で転置した結果に、「,.」で１を横に付加してY1に挿入((5 3)のアレイ)
「TM%.Y1」は「(T+/ .*Y1)%.(|:Y1)+/ .*Y1」という行列算(最小２乗解を与えている)。
上と同じ演算結果で、回帰係数の最尤推定をBに挿入して表示している。</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>   ]P=:Y1+/ .*B
_8.25632 _4.04699 _0.340111 0.605556 4.03786
   TM-P
_0.643683 _0.153009 0.840111 1.59444 _1.63786
   +/ TM-P
_1.40998e_14</td><td>Y1に回帰係数の推定値を掛けて、いわゆる「予測値」を与えている。

TMから予測値を引いた値で、いわゆる「残差」を与えている。
残差の合計値は「0」になる。</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>   +/*:TM-P
6.36837
   TM regq Y
6.36837</td><td>残差を平方してから合計した値で、いわゆる「残差平方和」を与えている。

上の一連の演算結果と同じで、「regq」は残差平方和を与える関数である。</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>   TM regq LA
7.01911</td><td>   TM regq LO
40.6853</td><td>   TM regq AL
84.5453</td><td>１変数だけによる回帰モデルではLAがダントツ。</td></tr>
<tr><td>   TM regq LA,:LO
5.32201</td><td>   TM regq LA,:AL
6.36837</td><td>   TM regq LO,:AL
40.5214</td><td>２変数でもLAと組合せたモデルの残差が小さい。</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>TM regq LA,LO,:AL</td><td>３変数モデルの残差平方和が最小であるが、これでベストであるとは限らない(変数の数を増やせば残差平方和は小さくなる！)。</td></tr>
</table>

3.61416	そこで、情報量規準(AIC)でモデル選択を行うことができる。

§９ 回帰モデルの情報量規準と「ｔー値」

```
regaic=:4 :'(+:1+#(,:>a:),y.)+n*1+^.o.2*(x.regq y.)%n=.#x.'
 NB. 回帰モデルの情報量規準AICの値を与える。
regv=:[:(<0 1)&|:[:%.[:(-/@$*|:+/ .*])1:,.|: NB. 「regt」の補助関数
regt=:regb%[:%:regq*regv@] NB. 回帰係数の最尤推定に対する「ｔー値」
```

TM regaic LA 21.8854 TM regaic LO 30.6715 TM regaic AL 34.3286	TM regaic LA,:LO 22.5014 TM regaic LA,:AL 23.3989 TM regaic LO,:AL 32.6514	TM regaic LA,LO,:AL 22.5665 AICの値の最も小さいのは、TMだけによるモデルである。

]V=:regv LA 6.10381 0.00449551	LAに１を付加した行列の積に「(データ数)ー(パラメータ数)」を掛けてから、逆行列を求め、その対角要素をVに挿入している。
]B=:TM regb LA 38.2955 _1.08867	TMのLAによる回帰モデルの最尤推定値をBに挿入して表示している。
]Q=:TM regq LA 7.01911	TMのLAによる回帰モデルの残差平方和をQに挿入して表示している。
B % %:Q*V 5.85067 _6.12868	回帰係数の値を $\sqrt{Q \times V}$ で割った値である。
TM regt LA 5.85067 _6.12868	上と同じ結果で、回帰係数の「ｔー値」を求めている。
TM regt LA,:AL 4.84208 _4.95496 _0.452068	変数ALのt-値は0に近い値で、推定結果が不安定であることを示唆している。

```
TM1=:_8.4 _2.6 _4.9 1.2 1.0 _0.2 0.1 2.1 0.7 2.5
LA1=:43.03 38.16 36.40 35.41 34.58 35.10 36.35 34.41 34.19 33.35
LO1=:141.20 140.54 138.12 139.46 138.24 136.58 136.38 135.31 134.04 130.23
AL1=:17.2 38.9 418.2 6.5 14.1 51.1 5.7 23.1 8.7 3.9
```

TM1 regaic LA1 40.8355 TM1 regaic LO1 52.2596 TM1 regaic AL1 56.0655	TM1 regaic LA1,:LO1 42.835 TM1 regaic LA1,:AL1 25.3699 TM1 regaic LO1,:AL1 52.0254	TM1 regaic LA1,LO1,:AL1 26.018 2{TM1 regt LA1,LO1,:AL1 0.931937 LA1 と AL1 で回帰したときのモデルの AIC の値が最小である。

§１０ 多項式回帰モデル

```
pregb=:]%.1:,.>:@i.@# NB. 多項式回帰モデルのパラメータに対する最尤推定
pregv=:4 :'+/*:y.-t+/ .*y.%.t=.(>:i.#y.)^/i.>:x.'
 NB. 多項式回帰モデルの残差平方和を与える。
pregaic=:4 :'(+:>:x.)+n*^.(x.pregv y.)%n=.#y.'
 NB. 多項式回帰モデルの情報量規準(AIC)を出力する関数。
```

ER=:40.2 42.8 45.3 52.2 57.0 64.3 69.7 75.6 79.0 81.3		電子レンジの普及率(83～92)
|:X=:1(>:@i.@#@]^/[:i.>:@[)ER 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10		１次の多項式回帰モデルの独立変数の行列をＸに挿入し、転置した形で表示している。
1 pregb ER 32.92 5.05818		ER をＸで(行列の)割算し、１次の多項式回帰モデルの最尤推定値を与えている。
2 pregb ER 32.9867 5.02485 0.0030303		2 次の多項式回帰モデルの最尤推定値を与えている。
3 pregb ER 40.84 _1.94064 1.51329 _0.0915307		3 次の多項式回帰モデルの最尤推定値を与えている。
1 pregv ER 28.1847 2 pregv ER 28.1799	3 pregv ER 2.30232 4 pregv ER 2.30182	残差平方和を求めていて、2 次から 3 次のところで急激に小さくなっている。
1 pregaic ER 14.362 2 pregaic ER 16.3602	3 pregaic ER _6.68667 4 pregaic ER _4.68886	AIC の値を求めていて、3 次のところで最小になっている。
GDP=:51 54 56 61 59 65 73 93 101 116 126 134 157 NB. 10 億シンガポールドル(81-		

93)		
1 pregv GDP 1228.57 2 pregv GDP 182.707	3 pregv GDP 165.225 4 pregv GDP 154.809	1次モデルから2次モデルのところで、残差平方和が急激に小さくなっている。
1 pregaic GDP 63.1325 2 pregaic GDP 40.3582	3 pregaic GDP 41.0506 4 pregaic GDP 42.2042	情報量規準(AIC)の値は､2次のところで最小になっている。

§１１ 自己回帰モデルの独立変数行列と従属変数ベクトルの生成

```
mean0=:-+/%#  NB.与えられた時系列データの平均を0にする
aindep=:[:|."1[{."1((,>:)@#@]-[,0:)$] NB.独立変数行列を出力
adep=:}. NB. 自己回帰モデルの従属変数ベクトルを出力する関数
```

<table>
<tr><td colspan="3">MIN3=:6.7 4.6 5.2 4 5 6.7 13.4 9.1 6.6 4.6 7.7 6.1 4.6 9.2 6.2 4.3
MIN3=:MIN3,3.5 5.6 6.9 8 6.3 8.4 5.4 4.2 3 10.4 8.4 6.3 12 10.4 7.9
NB. 東京地区の平成９年３月の最低気温のデータ</td></tr>
<tr><td colspan="2">($ MIN3);(mean=:+/%#)MIN3
31 │ 6.79677</td><td>東京地区平成９年３月の最低気温のデータ
データ数は「31」で平均は「6.79677」</td></tr>
<tr><td>]T=:5{.MIN3
6.7 4.6 5.2 4 5</td><td>]T0=:-mean0 T
1.6 _0.5 0.1 _1.1 _0.1</td><td>MIN3からの先頭の５つを取り出し、Tに挿入し、平均を0にしてT0に挿入している。</td></tr>
<tr><td>(,>:)@# T0
5 6</td><td>2((,>:)@#@]-[,0:)T0
3 6</td><td>T0の長さ「5」とそれに「1」を加えた数を出力。また3はデータ数から左引数を引いた値で、6はデータ数に１を加えた値。</td></tr>
<tr><td colspan="2">2(((,>:)@#@]-[,0:)$])T0

1.6 _0.5 0.1 _1.1 _0.1 1.6
_0.5 0.1 _1.1 _0.1 1.6 _0.5
0.1 _1.1 _0.1 1.6 _0.5 0.1</td><td>T0というリストから３行６列のテーブルを作っている。</td></tr>
<tr><td colspan="2">3(((,>:)@#@]-[,0:)$])T0
1.6 _0.5 0.1 _1.1 _0.1 1.6
_0.5 0.1 _1.1 _0.1 1.6 _0.5</td><td>T0というリストから２行６列のテーブルを作っている。</td></tr>
<tr><td>2 aindep T0
_0.5 0.1
0.1 _1.1
_1.1 _0.1</td><td>3 aindep T0
0.1 _0.5 1.6
_1.1 0.1 _0.5</td><td>直上で求めたテーブルから、左引数分の行を取り出して左右を入れ替えている。つまり、平均を0としたデータから、「独立変数行列」を作っている。</td></tr>
<tr><td>2 adep T0
1.6 _0.5 0.1</td><td>3 adep T0
_1.1 _0.1</td><td>「adep=:}.」は従属変数ベクトルを出力する関数である。</td></tr>
<tr><td colspan="2">$ 2 adep (mean0 MIN3)
29
$ 2 aindep(mean0 MIN3)
29 2</td><td>全データの長さは31であるから、「adep」を適用した結果は長さ29のリストで、「aindep」を適用した結果は(29 2)のテーブルになる。</td></tr>
</table>

§１２ 自己回帰モデルの最尤推定・残差平方和・情報量規準

```
aindep=:[:|."1[{."1((,>:)@#@]-[,0:)$] NB.独立変数行列
adep=:}. NB. 自己回帰モデルの従属変数ベクトルを出力する関数
aregb=:adep%.aindep NB. 自己回帰モデルの最尤推定
aregq=:[:+/[:*:adep-aindep+/ .*aregb NB.自己回帰モデルの残差平方和
aregaic=:4 :'(+:#(,:>a:),y.)+n*^.(x.aregq y.)%n=.(#y.)-x.'
 NB. 自己回帰モデルの情報量規準
```

]AI=:2 aindep T0 _0.5 0.1 0.1 _1.1 _1.1 _0.1	平均を０としたデータ T0 から、独立変数行列を作って AI に挿入している。
]AD=:2 adep T0 0.1 _1.1 _0.1	T0 の末尾から左引数の個数の要素を取り去り従属変数ベクトルを求め AD に挿入
AD %. AI 0.164712 0.304299]B=:2 aregb T0 0.164712 0.304299	従属変数ベクトルを独立変数行列で割算した結果で、自己回帰モデルの最尤推定値を与えている(平均を０としているので定数項の係数は推定する必要がない)。
+/*:(AD-AI+/ .*B) 1.02523	「残差平方和」を求めている。
]Q=:2 aregq T0 1.02523	上と同じ結果で､｢aregq｣で｢残差平方和｣を求めＱに挿入している。
(+:2)+N*^.Q%N=:(#T0)-2 0.778903	Q/N の対数値に N を掛けた値に、パラメータ数の２倍を加えている。
2 aregaic T0 0.778903	上と同じ結果で､｢aregaic｣は自己回帰モデルの情報量規準(AIC)を出力する。
1 aregaic T0 _0.493507	左引数を「1」とした場合の情報量規準の値で、「2」のときより小さい。

2 aregaic mean0 MIN3 53.7334 3 aregaic mean0 MIN3	4 aregaic mean0 MIN3 50.5962 5 aregaic mean0 MIN3	6 aregaic mean0 MIN3 45.3801

52.8281	46.1935	

§１３ 分散分析モデルの最尤推定と偏差平方和

```
avdev=:-mean@, [ mean=:+/%# NB. 全体の平均からの偏差を与える関数
avmle=:mean@avdev&.>@(|:;]) NB. 分散分析モデルの最尤推定を与える。
avq=:[:+/[:*:@,avdev NB. 全体の変動に関する偏差平方和を与える関数
avq_cr=:|.@$*[:([:+/*:)&>avmle NB. 行と列の変動に関する偏差平方和
```

<table>
<tr><td>RST

25 18 21 24
17 13 16 14
24 20 26 22</td><td>avdev RST

5 _2 1 4
_3 _7 _4 _6
4 0 6 2</td><td>RST は、3 種の肥料と 4 つの地域での作物の収穫量に関する(架空の)データ。

全体の平均である「20」からの偏差を与えている。</td></tr>
<tr><td colspan="2">(|:;])RST

<table><tr><td>25 17
24
18 13
20
21 16
26
24 14
22</td><td>25 18 21
24
17 13 16
14
24 20 26
22</td></tr></table>
mean@avdev&.>@(|
:;])RST
<table><tr><td>2 _5
3</td><td>2 _3 1
0</td></tr></table>
]E=:avmle RST
<table><tr><td>2 _5
3</td><td>2 _3 1
0</td></tr></table>
>@{. E
2 _5 3
>@{: E
2 _3 1 0</td><td>「|:」で転置したものとそのままのテーブルをボックスで囲みながら連結している。

上のテーブルのアイテムに関する平均をボックスごと求めていて、行と列効果である。
先の結果と同じで、「avmle」というプログラムの演算結果を E に挿入している。
上の結果の最初の要素が 行効果後の要素が列効果のパラメータである。</td></tr>
<tr><td colspan="2">avq RST

212</td><td>「avdev」を実行した結果の各要素の平方和で、全変動の平方和を与えている。</td></tr>
<tr><td>avq_cr RST

152 42</td><td>+/ avq_cr RST

212</td><td>行と列に関する変動の平方和を与えている。</td></tr>
<tr><td colspan="2">av_table=:3 :0
p=.([:mean]-mean@,)L:0(|:;])y.
cr=.,($&>@|.*;@([:+/*:)&>)p</td><td>av_table RST</td></tr>
</table>

s=.cr,(v-+/cr),v=.+/*:,(-mean@,)y. t=.t,+/t=.cr,q=.*/cr=.<:$ y. (<|:ss,tt,:(ss=.}:s)%tt=.}:t),:<({:s),{:t)	152 2 76 42 3 14 18 6 3 212 11

§１４ 分散分析モデルの情報量規準

```
avqcr=:avq-(0:,|.,+/)@avq_cr NB.4種類のモデルに対する残差平方和
avssr=:#.@[{avqcr@] NB. 4種類の残差平方和から、左引数で指定した値を出力
avaic=:4 :'(4++:+/<:x.#$y.)+n*1+^.(o.2)*(x.avssr y.)%n=.$,y.'
 NB. 分散分析モデルの情報量規準を与える(両側)関数
```

(0:,|.,+/)@avq_cr RST 0 42 152 194 (avq-(0:,|.,+/)@avq_cr) RST 212 170 60 18 avqsr RST 212 170 60 18	「avq_cr」の結果を転置したものに合計値が接続され、さらに先頭に0が付加される。 全変動の値から、上で求めたベクトルを引いた結果である。 上と同じ結果で、「avqsr」という関数からの結果である。
1 0 avssr RST 60	直上の内容に「#.@[{」を接続したプログラムが「avssr」で、「#.1 0」は10進数では2で、2軸(通常の3番目)が取り出される。
1 0 avaic RST 61.3678 0 1 avaic RST 75.8652 0 0 avaic RST 72.5147 1 1 avaic RST 52.9201	「1 0」によって、行効果だけを指定したモデルでの情報量規準を与えている。 「0 1」によって、列効果だけを指定したモデルでの情報量規準を与えている。 「0 0」によって、行効果も列効果もないとしたモデルの情報量規準を与えている。 「1 1」によって、行効果も列効果もあるというモデルの情報量規準が与えられる。 4つのモデルのなかでは、このモデルのAICが最小である。

§１５ 判別分析モデルの平均ベクトルと分散共分散行列の推定

```
damean=:(+/%#)"1&> NB. ボックス形で与えられたデータの平均ベクトル
dav=:[:(]+/ .*|:)(-mean)"1 NB. 行と列の変動に関する偏差平方和を与える
davarm=:([:+/dav&>)%[:+/#@|:&> NB. 分散共分散行列を与える関数
```

```
MIN2=.2.1 1.5 2.9 3 3.3 3.7 4.7 4.2 4.8 4.9 3 2.9 1.1 1.8
MIN2=:MIN2,2 3.7 5 3.3 0.5 0.9 0.5 _1.4 _0.4 2.3 3.9 8.4 7.2 6.7
MIN3=:6.7 4.6 5.2 4 5 6.7 13.4 9.1 6.6 4.6 7.7 6.1 4.6 9.2 6.2 4.3
MIN3=:MIN3,3.5 5.6 6.9 8 6.3 8.4 5.4 4.2 3 10.4 8.4 6.3 12 10.4 7.9
MAX2=:9.9 8.6 9.1 8.4 10.1 9.4 11.7 10.2 12.5 12.3 12.6 10.4 9.5 10.8
MAX2=:MAX2,11.2 9.3 11.8 10.9 9 12.1 13.9 4.6 9.6 13.1 16.1 18 13.4 13.9
MAX3=:10+10 1.3 _2.3 1.4 5.2 5.6 11.9 5.7 4.6 4.3 10.2 4.7 3.7 8.4 1.2 _3.6
MAX3=:MAX3,10+2.4 3.4 4.4 3 5.7 3.1 _0.4 0.1 5.9 7.5 1.9 7.2 7.4 15.1 4.6
A=:MIN2,:MAX2 [ B=:MIN3,:MAX3
NB. 東京地区の平成９年の２月と３月の最低気温と最高気温のデータ
```

<table>
<tr><td>]M=:damean A;B
3.08929 11.1571
6.79677 14.6323</td><td>]MO=:-:@+/damean A;B
4.94303 12.8947</td><td>１行目、2行目がそれぞれA、Bの平均ベクトルＭで、それらの中点を与えている。</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">dav L:0 A;B
134.867 101.817 │ 187.47 190.273
101.817 184.009 │ 190.273 479.068</td><td>ＡとＢに「dav」を実行した結果をボックス形で出力している。
、これらの合計をＱに挿入して表示している。</td></tr>
<tr><td>]N=:#@|:&> A;B
28 31</td><td>]Q=:+/dav&> A;B
322.336 292.09
292.09 663.076</td><td>ＡとＢそれぞれのデータ数と分散共分散行列の合計をＱに挿入している。</td></tr>
<tr><td>Q % +/N
5.46333 4.95068
4.95068 11.2386</td><td>]V=:davarm A;B
5.46333 4.95068
4.95068 11.2386</td><td>A、B ２種類のデータの分散共分散行列の加重平均を出力。「davarm」は２(多)次元データの対の分散共分散行列を出力する。</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td></td></tr>
</table>

§１６ 線形判別関数

```
dacoef=:[:-/damean %."1 2 davarm NB. 線形判別関数の係数を与える関数
dapoint=:dacoef*[:-:@+/damean NB. 線形判別関数の判別点を与える関数
   davalue=:3 :0
NB. 線形判別関数の値を与える関数
(p=.dapoint y.);c=.dacoef y.
(+/(c*>{.y.)-p);+/(c*>{:y.)-p
)
```

<table>
<tr><td>-/ M %. V

_0.562971
0.765649</td><td>]C=:dacoef A;B
_0.663111 _0.0171071</td><td>線形判別関数の係数を求めてＣに挿入し表示している。</td></tr>
<tr><td colspan="2">]M0=:-:@+/ damean A;B
4.94303 12.8947
C * M0
_3.27778 _0.220591
]P=:dapoint A;B
_3.27778 _0.220591</td><td>ＡとＢの平均ベクトルの中点を求めて、M0に挿入し表示している。

M0に線形判別関数の係数Ｃを掛けている。
上と同じ結果で、2つのグループに判別するときの判別点を与える。</td></tr>
<tr><td colspan="2">]5{."1 DA=:C * A
_1.39253 _0.994667 _1.92302 _1.98933 _2.18827
_0.169361 _0.147121 _0.155675 _0.1437 _0.172782
]5{."1 DB=:C * B
_4.44285 _3.05031 _3.44818 _2.65245 _3.31556
_0.342143 _0.193311 _0.131725 _0.195021 _0.260028</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">5{."1 DA-P
1.88525 2.28311 1.35476 1.28845 1.08951
0.0512308 0.07347 0.0649165 0.0768915 0.0478093
5{."1 DB-P
_1.16507 0.227467 _0.1704 0.625334 _0.0377775
_0.121551 0.0272808 0.0888665 0.02557 _0.0394371
>5{.L:0 DV=:devalue A;B
1.93648 2.35658 1.41967 1.36534 1.13732</td><td>この値の正負により、ＡとＢのグループへ判別される。</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">

_1.28662 0.254748 _0.0815333 0.650904 _0.0772146</td><td></td></tr>
<tr><td>5{."1 DV=:davalue A;B
9.18047 8.52291 8.11757 7.52532 8.65803
1.66826 _3.81065 _6.90476 _3.3963 _1.0498</td><td colspan="2">最初（最後）の行がＡ（Ｂ）というデータの判別関数の値で、Ａ（Ｂ）では最後（最初）の要素が負（正）であるから、間違って判別されることになる</td></tr>
<tr><td colspan="3">DV>0
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
DV>0
1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0</td></tr>
</table>

§１７ ベクトル型データの相関行列

```
var=:[:mean"2*:@(-"1(mean=:+/%#)"2)

stand=:3 :'(y.-k$mean y.)%(k=.$y.)$%:var y.'

corm=:3 :'((|:S)+/ .*S)%#S=.stand y.'
```

A=:93 58 94	B=:84 61 88	C=:84 55 91	A子,B子,C子のバスト・ウェスト・ヒップ

]ABC=:A,B,:C 93 58 94 84 61 88 84 55 91	stand ABC 1.41421 0 1.22474 _0.707107 1.22474 _1.22474 _0.707107 _1.22474 0	ABCは3次元データが３本 1列目がバスト、2列目がウェスト、3列目がヒップ。これを「stand」により平均0、分散が１に基準化。
corm ABC 1 0 0.866025 0 1 _0.5 0.866025 _0.5 1		相関行列列を求めている。バストとヒップの間では正の相関が高く、ウェストとヒップの間には負の相関がみられ、バストとウェストの間では無相関である。

```
S=:160+5 0 6 4 8 4 8 9 9 6 5 3 4 7 9 9 6 8 5 7 10 8 8 3

T=:50+3 _3 5 6 5 4 4 5 3 6 3 _1 2 3 8 1 0 3 4 0 5 7 6 2

B=:80+6 4 6 10 7 7 14 8 6 4 5 4 7 6 9 4 6 8 8 8 8 4 5 3

W=:50+6 2 14 10 6 7 8 7 8 7 5 9 8 9 10 10 9 10 12 8 10 12 12 10

H=:90+2 2 _1 5 _3 2 7 2 3 0 0 0 0 _2 0 0 _3 _2 0 _1 0 2 4 _2

STL=:S,.T,.B,.W,.H NB.ミスユニヴァース代表の身長・体重・バスト・ウェスト・ヒップ
```

mean STL 166.292 53.375 86.5417 58.7083 90.7917		身長・体重・バスト・ウェスト・ヒップの平均を個別に求めている。
var STL 5.87326 6.65104 5.66493 6.4566 5.66493		身長・体重・バスト・ウェスト・ヒップの分散を個別に求めている。
$L:0 STL;S=:stand STL 24 5 | 24 5		STLというデータと、それを基準化したSの形を示している(5次元データが24本)。
0":mean S 0 0 0 0 0	var S 1 1 1 1 1	「stand」という関数を適用した結果は、確かに平均は0、分散は1になっている。
]R=:corm STL		

1	0.542494	0.326565	0.372425	0.0115011
0.542494	1	0.3131	0.449056	0.241926
0.326565	0.3131	1	0.0605705	0.424285
0.372425	0.449056	0.0605705	1	_0.0649716
0.0115011	0.241926	0.424285	_0.0649716	1

§１８　主成分分析

```
Itr=:3 :'(v%%:+/*:v=.(>{.y.)+/ .*t);t=.>{:y.' NB.「mev」の補助関数
mev=:3 :'(+/(y.+/ .*v)%v*#v),v=.>{.itr^:_(1;y.)'
 NB. 最大固有値と固有ベクトルを出力する関数
red=:3 :'y.-({.r)**/~}.r=.mev y.' NB.「evs」の補助関数
evs=:4 :'mev"2(red^:(i.x.))y.' NB.左引数の個数分の固有値と固有ベクトル
```

<table>
<tr><td>$ ABC
3 3</td><td>$R3=:corm ABC
3 3</td><td>ABC は 3 次元データが３本挿入されている。
R3 は ABC というデータの相関行列</td></tr>
<tr><td>>{:itr R3
0.866025 _0.5 1</td><td>>{:itr^:2 R3
0.866025 _0.5 1</td><td>「itr」は、最大固有値に対応する固有ベクトルに順次収束する「mev」の補助関数</td></tr>
<tr><td colspan="2">mev R3
2 0.612372 _0.353553 0.707107
mev red R3
1 0.5 0.866025 _2.84262e_14</td><td>「mev」は相関行列 R3 の最大固有値と固有ベクトルを出力する関数である。
「red」は R3 という行列を変形し、「mev」により次の固有値と固有ベクトルを出力。</td></tr>
<tr><td>$ STL
24 5</td><td>$R=:corm STL
5 5</td><td>STL は 24 人の 3 次元データ
R は STL というデータの相関行列</td></tr>
<tr><td colspan="3">>{:itr R
0.0115011 0.241926 0.424285 _0.0649716 1
mev R
2.14898 0.521033 0.570928 0.419977 0.399578 0.25792
【「mev」により、相関行列 R の最大固有値と固有ベクトルを出力している】
mev red R
1.30735 _0.236935 _0.104455 0.483214 _0.488062 0.679155
【「red」により、R という行列を変形、「mev」により次の固有値と固有ベクトルを出力】
mev"2 red^:(i.2) R
2.14898 0.521033 0.570928 0.419977 0.399578 0.25792
1.30735 _0.236935 _0.104455 0.483214 _0.488062 0.679155
【R の最大固有値と固有ベクトル、次の固有値と固有ベクトルを同時に出力している】
3 evs R
2.14898 0.521033 0.570928 0.419977 0.399578 0.25792
1.30735 _0.236935 _0.104455 0.483214 _0.488062 0.679155
0.675427 _0.534739 0.198549 _0.401878 0.513792 0.499144</td></tr>
</table>

【「evs」は左引数で与えた個数分の固有値と固有ベクトルを、大きい順に出力している】

【勤労者世帯の消費支出(Y)と可処分所得(X):テキスト表7-3のデータ】

X=:300+0 11 29 51 54 64 60 66 70 78 74 71 81 84 92,100+0 3 11 28 34 41 49 51 49 49

Y=:200+39 48 58 72 68 80 79 82 85 93 91 94,100+2 4 8 10 12 14 24 26 32 34 36 34 30

]b=:Y (regb=:[%.1:,.]) X 50.8745 0.637437	最小自乗直線の切片と勾配を出力している。
5 5$ u=:Y-Z=:(1,.X)+/ .*b _3.10556 _1.11737 _2.59123 _2.61484 _8.52715 _2.90152 _1.35177 _2.17639 _1.72614 1.17437 1.72411 6.63642 8.26206 8.34975 7.25025 4.15076 4.23845 1.13895 0.30253 _1.52209 0.0158516 _3.08364 _2.35852 _3.08364 _7.08364	テキスト表7-4 $\hat{u}_t = Y_t - \hat{Y}_{t-1}$
5 5$ u2=:*: u 9.64453 1.24851 6.71448 6.83739 72.7123 8.41881 1.82728 4.73668 2.97955 1.37914 2.97257 44.0421 68.2616 69.7183 52.5662 17.2288 17.9644 1.29722 0.0915241 2.31676 0.000251273 9.50885 5.5626 9.50885 50.178	テキスト表7-4 $\hat{u}_t^2$

```
   3 8$ d=:(}.-}:)u

  1.9882   _1.47386 _0.0236088 _5.91231    5.62563   1.54975 _0.824621    0.450253
 2.90051   0.549747     4.91231  1.62563 0.0876897 _1.09949   _3.09949 0.0876897
_3.09949 _0.836425    _1.82462  1.53794   _3.09949 0.725126 _0.725126          _4
```

【テキスト表7-4 $\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1}$】

```
   3 8$ d2=: *:d
3.95292   2.17227 0.000557374 34.9554      31.6477   2.40172 0.679999     0.202728
8.41293 0.302222       24.1308 2.64268 0.00768949   1.20889   9.60686 0.00768949
```

9.60686 0.699607 3.32924 2.36527 9.60686 0.525808 0.525808 16 【テキスト表 7-4 $(\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2$ 】

(],%/)du=:(+/d2),+/u2 164.993 467.717 0.352762	$\sum_{t=2}^{25}(\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2, \sum_{t=1}^{25}\hat{u}_t^{\,2}, DW$ (ダービン・ワトソン比)	
dwr=:4 :0 u=.x.-(1,.y.)+/ .*b=.x.%.1,.y. (+/*:(}.-}:)u)%+/*:u)	Y dwr X 0.352762	DW (ダービン・ワトソン)比を直接求める関数

]r=:(cor=:([:+/}.*}:)%[:+/[:*:}:) u 0.850961	自己相関係数の推定値

【CO 変換による新しい変数】 3 8$ Y1=:r (mdy=:}.@]-[*}:@])Y 44.6203 46.9617 52.4521 36.5386 51.9425 40.7309 44.5819 45.029 50.4761 41.6684 46.3703 51.8175 47.0098 49.3079 47.904 48.2021 48.5002 56.7982 50.2886 54.5867 51.4809 51.779 48.0771 45.779 3 8$ X1=:r mdy X 55.7117 64.3511 71.0338 55.3127 62.7598 50.2502 59.654 58.5483 63.1444 52.3367 52.7406 65.2935 59.7839 65.231 66.4233 62.6156 68.0627 78.255 69.7887 71.6829 73.7262 68.9185 65.2166 66.9185 【コクラン・オーカット変換による新しいデータ(テキスト表 7-5)】

Y1 dwr X1 2.37766		新しい変数の DW 比で、誤差項に系列相関はないと判断できる。
]b1=:Y1 regb X1 13.9733 0.535125		新しい変数の最小自乗直線
]A1=:({.b1)%1-r 93.7563	]B1=:{:b1 0.535125	α , β に対する新しい推定値
]r1=:cor u1=:Y-(1,.X)+/ .*A1,B1 0.832879		新しい残差による ρ の新しい推定値

3 8$ Y2=:r1 mdy Y 48.942 51.4461 57.1173 41.457 56.7885 45.794 49.6268 50.1282 55.6296 46.9665 51.6323 57.1337 52.4706 54.8049 53.4734 53.8076

54.1419 62.4761 56.1473 60.4815 57.4843 57.8185 54.1528 51.8185

3 8$ X2=:r1 mdy X

61.1364 69.9747 76.9829 61.6596 69.1609 56.8322 66.1637 65.1664

69.8349 59.1719 59.5034 72.002 66.6732 72.1746 73.5116 69.8485

75.3499 85.6869 77.5279 79.5307 81.7005 77.0375 73.3717 75.0375

【2回のコクラン・オーカット変換による新しいデータ(テキスト表7-6)】

Y2 dwr X2 2.33045	DW (ダービン・ワトソン)比

<table>
<tr>
<td>

```
   co_method=:4 :0
NB.Cochrane-Orcutt method
cor=.([:+/}.*}:)%[:+/[:*:}:
mdy=.}.@]-[*}:@]
q=.,.''
b=.(u=.>{.y.)%.1,.v=.>{:y.
while. x.>#q
  do. r=.cor u-(1,.v)+/ .*b
      b=.(r mdy u)%.1,.r mdy v
      q=.q,r;b=.(({.b)%1-r),}.b
end.
)
```

</td>
<td>

```
   1 co_method Y;X
```

0.850961	93.7563 0.535125

2

```
co_method Y;X
```

0.850961	93.7563 0.535125
0.832879	92.0731 0.538302

10

```
co_method Y;X
```

0.850961	93.7563 0.535125
0.832879	92.0731 0.538302
0.828025	91.5287 0.539413
0.826887	91.3968 0.539686
0.826629	91.3667 0.539748
0.826571	91.36 0.539762
0.826558	91.3585 0.539765
0.826556	91.3581 0.539766
0.826555	91.3581 0.539766
0.826555	91.358 0.539766

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Y11=:c*{.Y [X11=:(c=:%:1-*:r)*{.X</td>
<td>Y1=:(}.Y)-r*}:Y [X1=:(}.X)-r*}:X</td>
</tr>
<tr>
<td>

```
   5 5$Y2=:Y11,Y1

   125.53    44.6203    46.9617    52.4521
36.5386
51.9425    40.7309    44.5819    45.029
50.4761
41.6684    46.3703    51.8175    47.0098
49.3079
   47.904    48.2021    48.5002    56.7982
50.2886
54.5867    51.4809    51.779    48.0771
45.779
```

</td>
<td>

```
   5 5$X2=:X11,X1

157.569    55.7117    64.3511    71.0338
55.3127
62.7598    50.2502    59.654    58.5483
63.1444
52.3367    52.7406    65.2935    59.7839
65.231
66.4233    62.6156    68.0627    78.255
69.7887
71.6829    73.7262    68.9185    65.2166
66.9185
```

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">【テキスト表 7-7 のデータ】</td>
</tr>
<tr>
<td>

```
   C=:(%:1-*:r),24$r

   Y2 %. C,.X2
_2.50748 0.789166
   Y2 dwr X2
1.21991
```

</td>
<td></td>
</tr>
</table>