クオータニオンの計算ー Wolfram との比較

SHIMURA Masato
jcd02773@nifty.ne.jp

2023 年 8 月 31 日

目次

ハミルトンがダブリンの橋桁に閃いたクオータニオンの式を書き付けたのは 1843 年。180 年以上の年月がたっている。

ハミルトンは 3 元数が欲しかったがスカラの ω が出てきて 4 元数になってしまった。

複素数は? 三次方程式の解として出てきたのだから、イタリアルネッサンスの時代の末期である。

複素数は線形代数と交代で高校数学にはいっているが、クオータニオンは今でも大学でも一部でしかやらない。

J のアドオンの $math/mt$ にクオータニオンが入っている。例によって説明がないので手探りテスト。

1 Wolfram との比較

Wolfram のクオータニオンのページと比較してみよう

`https://ja.wolframalpha.com/examples/mathematics/algebra/quaternions`

四元数 $0 + 2i - 1j - 3k$

1.1 ノルム

$$\|q\| = \sqrt{qq^*} = \sqrt{q^*q}$$
$$= \sqrt{q_0^2 + q_1^2 i + q_2^2 j + q_3^2 k}$$
$$|q| = \sqrt{0+4+1+9} = \sqrt{14}$$
$$\sqrt{14}$$

単位四元数

$$0 + \sqrt{\frac{2}{7}} i - \frac{2}{\sqrt{14}} j - \frac{3}{\sqrt{14}} k$$

1.1.1 正規化

```
a
0 2 _1 _3
   normalizeQ a
3.74166
   normalizeQ a
0 0.534522 _0.267261 _0.801784
```

（単位 4 元数）

```
  +/ normalizeQ a
_0.534522

  *:  normalizeQ a
0 0.285714 0.0714286 0.642857

  +/  *:  normalizeQ a
1
```

（正規化？）

1.2 共役

$$0 - 2i + 1j + 3k$$

J:

```
 norm 0 2 _1 _3
3.74166

  *: 3.74166
14
```

単位四元数

```
   normalizeQ 0 2 _1 _3
0 0.534522 _0.267261 _0.801784
 OK
```

```
  conjugate0 0 2 _1 _3
0 _2 1 3
```