新しい 2 次方程式の解法

SHIMURA Masato
jcd02773@nifty.ne.jp

2023 年 12 月 7 日

目次

1 初めに

2 次方程式の解法は古くエジプト中王国（BC2050 – BC1650）やバビロンの楔形の陶片に現れる。ユークリッドは幾何学的方法で、ディオファントス（BC250 頃）は代数的方法によった。
中世ではインドのブラフマグプタは

$$x=\frac{\sqrt{4ac+b^2}-b}{2a}$$

としている。ペルシャのアルフワーリズミは代数的に解いた。
1594 年にフランドルの**シモン・スティブン**によりすべての場合に有効な形に表された。デカルトにより今日の形に整えられた
古い形に再びスポットライトが当たったのは 2019 年。カーネギー大学の数学教授、アメリカの数学オリンピックのナショナルコーチも務める**ポーシェン・ロー**が新しい解法を発表した。

2 x^2+px+q の因数分解-簡易な方法

x^2+px+q の因数分解

1. p を半分にする

2. それを 2 乗して q を引く
3. 出た値のルートを（1）に足し引きする

2.1 例題

2.1.1 $x^2 + 10x + 21$

1. $x^2 + 10x + 21$
   - $x^2 + 10x + 21$
     $(x - a)(x - b) = 0$
     $5^2 - 21 = 4$
     $\sqrt{4} = 2$
     $5 \pm 2 = 3, 7$
     $-(x - 3)(x - 7) = 0$
     $x = -3, -7$
2. J で検証
   多項式の解は p.。次数は高いほうが右。数学とは逆になる

```
   p. 21 10 1
+-+------+
|1|_7 _3|
+-+------+
```

3. $x^2 - 170x + 7176 = 0$
   - $x^2 - 170x + 7176 = 0$
     $(x - a)(x - b) = 0$
     $-170 \div 2 = -85$
     $(-85)^2 = 7225$
     $7225 - 7176 = 49$
     $\sqrt{49} - 85 = -78,\ \sqrt{-49} - 85 = -92$
     $(x - 78)(x - 92) = 0$
     $x = 78, 92$
4. 平方完成
   $x^2 + px + q = (x + \frac{p}{2})^2 - (\frac{p}{2})^2 + q$
   これを応用している。
5. $2x^2 + 5x - 1 = 0$
   - $2x^2 + 5x - 1 = 0$ $(x - a)(x - b) = 0$
     $x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{1}{2}$

$\frac{5}{2} \div 2 = \frac{5}{4}$
$(\frac{5}{4})^2 - (-\frac{1}{2}) = \frac{33}{16}$
$\sqrt{\frac{33}{16}} = \frac{\sqrt{33}}{4}$
$\frac{5}{4} \pm \frac{\sqrt{33}}{4} = \frac{5+\sqrt{33}}{4}, \frac{5-\sqrt{33}}{4}$
どうも ± が甘いようだ

6. J で検証

```
   p. _1 5 2
+-+-----------------+
|2|_2.68614 0.186141|
+-+-----------------+
     -(5+%:33)%4
_2.68614

   -(5-%:33)%4
0.186141
```

3　本格的な方法

もうすこし本格的にやってみよう。

1. 因数分解できたとして、$(x-a)(a-b)$ とおく
2. 　足していくつになるかという情報から真ん中を見つける → ずれを u とする
3. 　掛けていくつになるか、という情報から u を求める → a, b（解）を特定する

- 解を α, β 　とする
- $-(\alpha+\beta) = k, \alpha\beta = l$
- $(\alpha+\beta) = -k$
- $-k \div 2 = -\frac{k}{2}$

3.1　例題

1. $x^2+4x-1=0$
   - $x^2+4x-1=0$
     $= (x-\alpha)(x-\beta) = x^2+(a+b)x-ab$

$\alpha\beta = (-2-u)(-2+u) = 4-u^2$

- $(-2+u)(-2-u) = 4-u^2$
  $4-u^2 = -1$
  $u^2 = 5$
  $u = \pm\sqrt{5}$
  $\alpha = -2-\sqrt{5}, \beta = -2+\sqrt{5}$
  $x = \alpha, \beta$
  $x = -2 \pm \sqrt{5}$

2. J で検証

```
   p. _1 4 1
+-+-----------------+
|1|_4.23607 0.236068|
+-+-----------------+
   _2+%:5
0.236068
   _2-%:5
_4.23607
```

3. 根の公式と平方完成
   - 根の公式
     $ax^2+bx+c=0$ とすると

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2+4ac}}{2a}$$

     これは次から導ける

$$a(x+\frac{b}{2a})^2 - \frac{b2-4ac}{4a} = 0$$

$$x+\frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

   - 平方完成
     $y = ax^2+bx+c \to q(x-p)^2+q$
     $y = a(x+\frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2-4ac}{4a}$
     頂点は
     $\frac{b}{2a}, \frac{b^2-4ac}{4a}$

4. $x^2-2x-5=0$

- $x = \alpha, \beta$
  $-(\alpha + \beta) = -2$
  $\alpha\beta = -5$
  $(\alpha + \beta) = 2$
  $\alpha = 1 - u, \beta = 1 + u$
  $\alpha\beta = (1 - u)(1 + u) = 1 - u^2$
  $1 - u^2 = -5$
  $u^2 = 6,$
  $u = \pm\sqrt{6}$
  $x = 1 \pm \sqrt{6}$

5. J で検証

```
   p. _5 _2 1
+-+----------------+
|1|3.44949 _1.44949|
+-+----------------+
   1+%:6
3.44949
   1-%:6
_1.44949
```

6. 根の公式

```
      formura 1 _2 _5
+-------+--------+
|3.44949|_1.44949|
+-------+--------+
```

7. $x^2 + 3x - 1 = 0$
   - $x^2 + \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 0$
     $x = \alpha\beta$
     $-(\alpha + \beta) = \frac{3}{2}, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$
     $(\alpha + \beta) = -\frac{3}{2}$
     $\alpha = -\frac{3}{4} - u, \beta = -\frac{3}{4} + u$
     $(-\frac{3}{4} - u)(-\frac{3}{4} + u) = -\frac{1}{2}$

$$\alpha\beta = (-\frac{3}{4} - u)(-\frac{3}{4} + u) = \frac{9}{16}u^2$$
$$\frac{9}{16} - u^2 = -\frac{1}{2}$$
$$u^2 = \frac{1}{2} + \frac{9}{16} = \frac{17}{16}$$
$$u = \pm\frac{\sqrt{17}}{4}$$
$$x = -\frac{3}{4} \pm \frac{\sqrt{17}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

4 SorceCode

```
NB. Pohshen-Roh

NB. formura
NB. ax^2 + bx + c =0
formura=: 3 : 0
'a b c'=: y
aa=: %:(*: b)- 4*a*c
(((- b)+aa)% 2 * a);((-b)-aa)% 2 * a
)
```

References

youtube.com （河野玄斗）「天才数学者が解いた新しい因数分解法」

youtube.com (ゆっくり解説)「新たな２次方程式の解法が発見されました」

youtube.com (ゆっくり解説）「解の公式に変わる新たな解法がヤバすぎる（天才が考案した２次方程式の解法を求める方法)」