

# ヴィエトの三角関数の加法定理

SHIMURA Masato  
JCD02773@nifty.com

2021年7月2日

## 目次

|   |            |   |
|---|------------|---|
| 1 | はじめに       | 1 |
| 2 | 三角関数の加法定理  | 1 |
| 3 | 倍角の公式      | 4 |
| 4 | References | 4 |

## 1 はじめに

フランソワ・ビエト (1540-1603) はポアチエ大学出身の法務官でフランソワ 3 世と 4 世に仕えた。フランソワ 4 世はユグノーからカソリックの改宗すると共にナントの勅令を出してフランスの宗教戦争を収めた (1593)。

ビエトが今日知られるのは暗号解読と数学で、特に数学記号を導入したことである。

## 2 三角関数の加法定理

式は次のとおりである。(中々紛らわしくすっきりとは記憶していない。)

$$\sin(x + y) = (\sin x)(\cos y) + (\cos x)(\sin y)$$

$$\cos(x + y) = (\cos x)(\cos y) - (\sin x)(\sin y)$$

```
(sin ; cos ) rfd 30 45
+-----+-----+
|0.5 0.707107|0.866025 0.707107|
+-----+-----+
      sin          cos
```

左辺は次の様になる。単純に足したものではない

```
(sin ; cos ) +/ rfd 30 45
+-----+-----+
|0.965926|0.258819|
+-----+-----+
```

右辺は次のようになる

```
2 2 $ ; (sin ; cos ) rfd 30 45
      0.5 0.707107 NB. sin
0.866025 0.707107 NB. cos

*/ 0 3{ ; (sin ; cos ) rfd 30 45
0.353553

*/ 2 1{ ; (sin ; cos ) rfd 30 45
0.612372

0.353553 + 0.612372
0.965925          NB. sin = ok
-----
*/ 2 3{ ; (sin ; cos ) rfd 30 45
0.612372

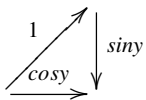
*/ 0 1{ ; (sin ; cos ) rfd 30 45
```

0.353553

0.612372 - 0.353553

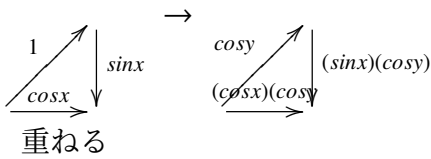
0.258819 NB. cos = ok

$\sin(x+y), \cos(x+y)$  共に左辺と右辺は一致する。  
この証明は案外目で追える (400年以上前のもの)  
 $\angle y$

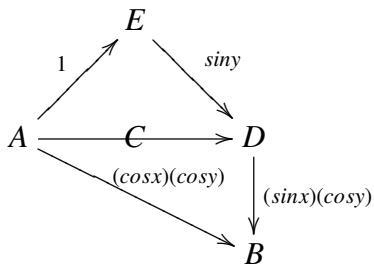


並べるため、 $\cos x$  をかける

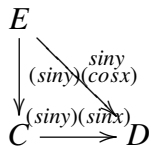
$\angle x$



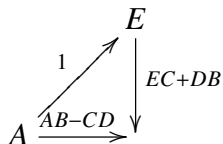
重ねる



小三角形に注目



$\angle x + y$



高さは  $(\sin x)(\cos y) + (\cos x)(\sin y)$

底辺は  $(\cos x)(\cos y) - (\sin x)(\sin y)$  となる

### 3 倍角の公式

倍角の公式

$$\sin nx = \sin(n-1)x \cos x + \cos(n-1)x \sin x$$

$$\cos nx = \cos(n-1)x \cos x - \sin(n-1)x \sin x$$

これより

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\sin 3x = -4 \sin^3 x + 3 \sin x$$

$$\sin 4x = -8 \sin^3 x \cos x + 4 \sin x \cos^3 x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 4x = 8 \cos^4 x - 8 \cos^2 x + 1$$

### 4 References

木村俊一「天才数学者はこう生きた、こう解いた」講談社選書メチエ 2001