

Jで楽しむ「ピラミッドの神秘」

西川 利男

柏市新田原数学セミナー(8/9)で、服部久子さんから下のような面白い不思議な数の問題が示された。これを元にJのプログラミングで楽しんできた。

遊び方は、下に示したとおりである。

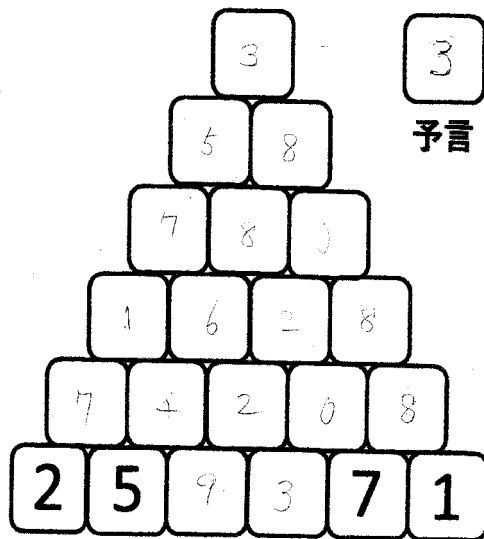
<ピラミッドの神秘>

下段2つの空欄に好きな数を入れる。
左右の2ヶ所を、たして1の位の数を
上段に入れる。頂上が予言と一致する。

わたくしは、
予想を立て
左から
2番目の数
であれば、頂
の数+右端
なる。

その後、
析をされて、
ろいろな数
が出来た。小
ームとして
そのよう

スとして、楽しんでいただきたい。



とりあえず次のような
ててみた。

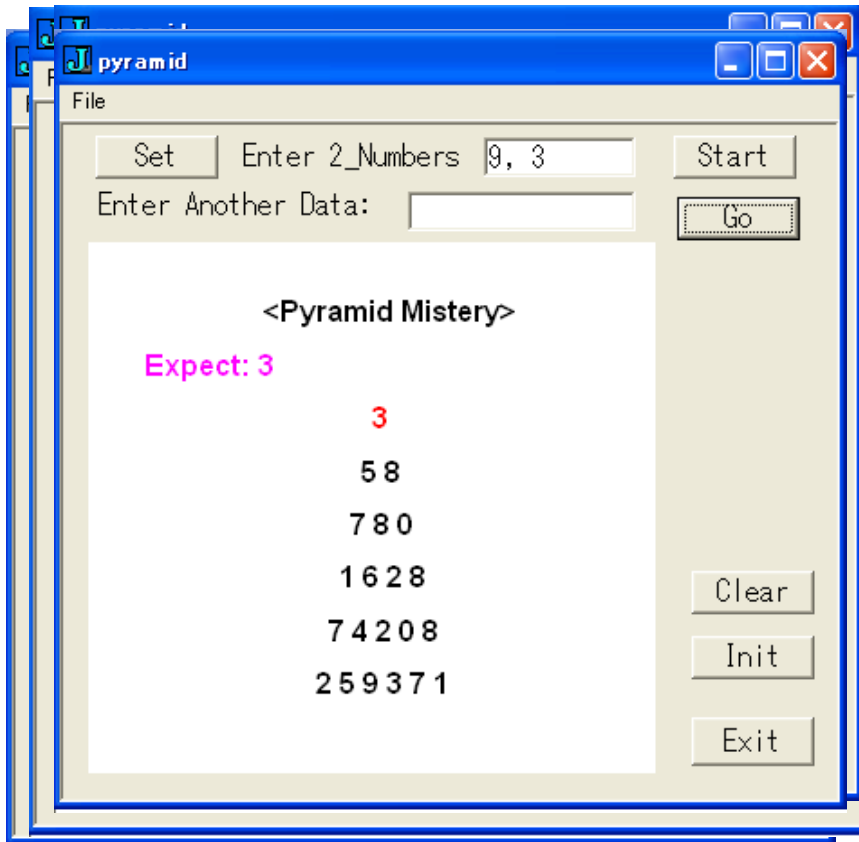
2番目の数5と右から
7との和=12

上の最後の結果は左端
の数、つまり $2+1=3$ に

飯塚和夫氏が、詳細な解
その仕掛けが分かり、い
について最終値の予想
中学生向けの楽しいゲ
おもしろい。

すを、Jのグラフィック

1. ピラミッド・グラフィックスの実際



実際画面をごらんになれば、わかると思うが、一応、JのWindowsグラフィックスのボタン操作と画面の経過を説明する。

手計算で行うのに対応して、次のように行う。

- (1) ボタン[Set]を押すと、画面の下の部分に最初の数字が表示される。このときには、真ん中の部分は空白になっている。
- (2) Enter 2 Numbersのエディットボックスに例えば 9, 3 と入れる。ボタン[Start]を押すと、6つの数字が示される。同時にピラミッド完成後の最終の予言値が表示される。
- (3) ボタン[Go]を押すと、最初から2つのペアを取りその和を計算し、1の位の数字を一段上に表示する。この操作をすべてのペアについて順次行い2行目とする。
- (4) このように、ボタン[Go]を次々に押すことによって、ピラミッドはだんだんと積みあがる。
- (5) 最後に頂点に一つの値が表示されて、ピラミッドは完成する。そのときの値は前に予言した値に一致するだろう。

2. Jによるピラミッドプログラムの概要

グラフィックスを含まないJプログラムの基本部分と実行はつぎのようになる。

```
pyram =: 3 : 0
P0 =. y. , 0
P1 =. 1. |. P0
P2 =. _2 }. "(1) P0, :P1
10 | +/ P2
)

pyramid =: 3 : 0
PY =. |. pyram ^:(i.6) y.
i =. 0
while. i < 6
do.
wr ( (6-i) #' '), ("(:>i){. i{PY)
i =. i + 1
end.
, ,
)
```

Q
2 5 9 3 7 1
pyramid Q
3
5 8
7 8 0
1 6 2 8
7 4 2 0 8
2 5 9 3 7 1

R
1 4 5 9 8 6
pyramid R
7
1 6
7 4 2
4 3 1 1
5 9 4 7 4
1 4 5 9 8 6

グラフィックスを含めたプログラムは、かなり長いので、最後に示した。

3. ピラミッド最終値の予言はどうやって出来るのか

予言はなぜできるのだろうか。飯塚和夫氏の例示に倣って、次のような解析を行った。

6つの数字を a, b, c, d, e, f として、ピラミッド演算の操作を行ってみよう。

第1段 a, b, c, d, e, f (6項)

第2段 $(a+b), (b+c), (c+d), (d+e), (e+f)$ (5項)

第3段 $(a+2b+c), (b+2c+d), (c+2d+e), (d+2e+f)$ (4項)

第4段 $(a+3b+3c+d), (b+3c+3d+e), (c+3d+3e+f)$ (3項)

第5段 $(a+4b+6c+4d+e), (b+4c+6d+4e+f)$ (2項)

第6段 $a+5b+10c+10d+5e+f$ (1項)

さて、最後の値を整理すると、次のようになる。

$$10*(c+d) + 5*(b+e) + (a+f)$$

この値の1の位の数、つまり10で割った余りが、最終予言値になる。

これからわかるように、中間の c と d とはどんな数でも、最終予言値には関係ないことがわかる。また、 $b+e$ が偶数であれば、このときも関係なく、予言値は $a+f$ である。

さらに一般的な場合までも含めて、Jの解析プログラム analysis は次のようになる。

```
analysis =: 3 : 0
```

```
NB. from K. Iizuka
```

```
'a b c d e f' =. P
```

```
RA =. (a+f) + (5*(b+e)) + 10*(c+d)
```

```
RB =. (a+f) + 5*(b+e)
```

```
if. 0 = 2 | (b + e)
```

```
do. RC =: 10 | (a + f)
```

```
else. RC =: 10 | RB
```

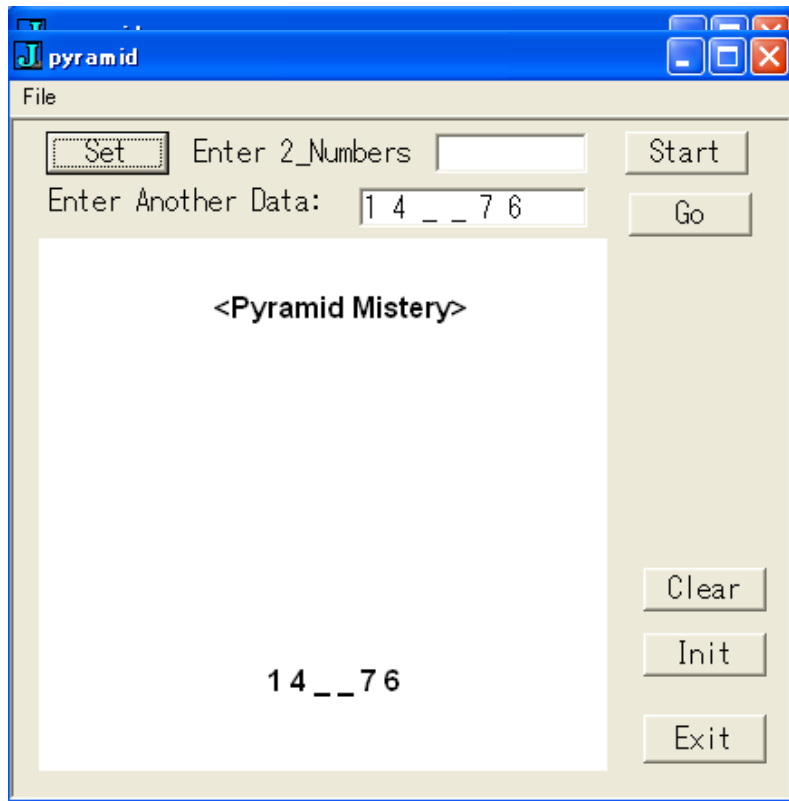
```
end.
```

```
)
```

なお、Jでは、 X を10で割った余りは $10|X$ として求められる。

4. 別のデータを用いたピラミッド・グラフィックス

Enter Another Data: のエディットボックスに、別の数字をいれてやってみよう。



Q

2 5 9 3 7 1

pyramid 2 5 9 3 7 1

2 5 9 3 7 1

7 4 2 0 8 0

1 6 2 8 0 0

7 8 0 0 0 0

5 8 0 0 0 0

3 0 0 0 0 0

pyramid 2 5 1 1 7 1

2 5 1 1 7 1

7 6 2 8 8 0

3 8 0 6 0 0

1 8 6 0 0 0

9 4 0 0 0 0

3 0 0 0 0 0

pyramid 2 5 2 2 7 1

2 5 2 2 7 1

7 7 4 9 8 0

4 1 3 7 0 0

5 4 0 0 0 0

9 4 0 0 0 0

3 0 0 0 0 0

R

1 4 5 9 8 6

pyramid 1 4 5 9 8 6

1 4 5 9 8 6

5 9 4 7 4 0

4 3 1 1 0 0

7 4 2 0 0 0

1 6 0 0 0 0

7 0 0 0 0 0