

# Jでパラメーターを用いた幾何図形を描く (0)

SHIMURA Masato  
jcd02773@nifty.ne.jp

2019年3月17日

## 目次

1	はじめに	1
2	円と楕円	2
3	サイクロイド	6
4	アステロイド	6
5	カージオイド	7
6	リサージュ	8
7	レムニスケート	9
8	双曲線	10

## 概要

Jのplotの豊富な機能を用いると複素数や極座標の図も簡単に描ける。更に媒介変数を用いるとほとんどプログラムなしで高度な図形を描くことができ、数式処理で頭を悩ませるときには寄り添ってくれる。

## 1 はじめに

正5角形 次の簡単なスクリプトで正五角形が描ける。5を17に変えればガウスの正17角形が現れる

```
plot ({:a), t=. r. 2p1* (i.5)%5
```

媒介変数 式は媒介変数 $\theta$ を介して $x,y$ の関数で表示でき、簡単にグラフィックスで描くことができる。 $\theta$ の計算には主として $t=. 2p1 *(i.360)%360$ を用いる。1度毎の円周になる

Jのサイエンスプロット .

### 1. 書式

```
plot _1p1 1p1; 'cos, sin' NB. cos sin の 2 本のカーブ
plot _1p1 1p1; 'cos; sin' NB. x 軸に cos y 軸に sin を配置することはできな
いのでエラー
```

2. 2 関数用のサイエンスプロットを作る

- 動詞型 (3 : 0) で作る。(左引数は plot のみ)
- 実行の方法は NuVoc に倣った
- Script

```
plot_2func=: 3 : 0
NB. Usage: plot_2func _1p1 1p1; 'sin; cos'
NB. expand science plot of J
NB. some idea from NuVoc (".)
'dist fun' =. y
theta=. steps ,dist, 360
". 'func =. ', fun
plot func theta
)
```

3. 区間と関数の書式はサイエンスプロットと同じ

```
plot_2func _1p1 1p1 ; 'cos; sin'
```

4. あまり複雑なものは扱えない

ついでに簡単にセーブできる関数も作っておく

```
save_graph 'cossin'
```

## 2 円と楕円

最初に plot と関連パッケージをまとめてロードする

```
require 'plot trig numeric'
```

```
require 'png jpg'
```

### 2.1 円

1. 数式

$$x^2 + y^2 = a^2$$

2. パラメータ表示

$$\begin{cases} x = a \cos \theta \\ y = a \sin \theta \end{cases}$$

### 3. Script

- .

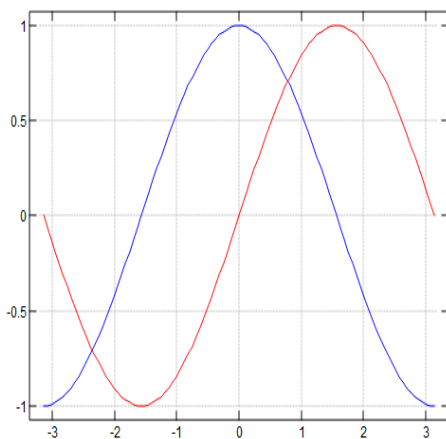
```
plot r. 2p1 * (i.360)%360
```

Jの関数 `r.(Angle.Polar)` はオイラーの美しい公式を  $e^{i\theta}$  側で計算し、複素数で x,y の値を打ち出す。

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

次のように打ち出して青の `cos` と赤の `sin` を X よく眺めてみよう。`cos` を X 軸、`sin` を Y 軸にとって組合わせをイメージしてほしい。

```
plot _1p1 1p1 ; 'cos,sin'
```



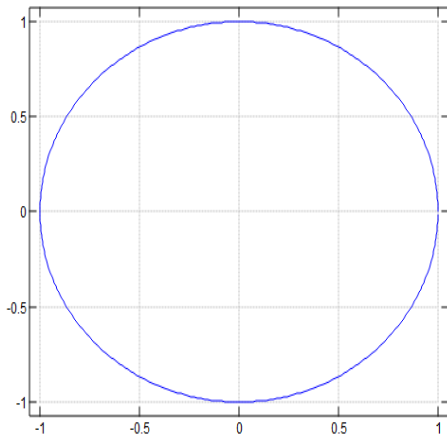
- もっと簡単には

```
t=. 2p1 * (i.360)%360
```

```
plot (cos;sin) t
```

- .

```
plot (cos;sin) steps _1p1 1p1 360
```



- 厳密には正 360 角形を描いており、円の軌跡になる

## 2.2 楕円

### 1. 楕円の式

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

### 2. 楕円のパラメータ表示

$$\begin{cases} x = a \cos \theta \\ y = b \sin \theta \end{cases}$$

### 3. 例題とパラメータ表示

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$$

なら

$$\begin{cases} x = 3 \cos \theta \\ y = 4 \sin \theta \end{cases}$$

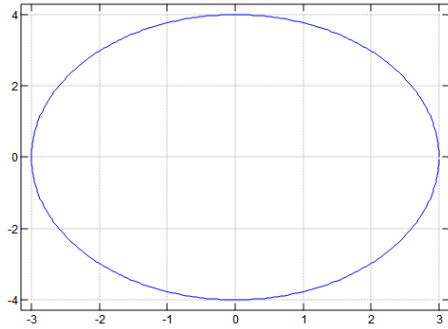
### 4. plot

```
plot (|: 3 4 *"1 +. r. 2p1 * (i.360)%360
```

+ . で複素数を 2 組の実数に戻してから、楕円の要素を掛けている。(3j4 を掛けても楕円にはならない)

もっと簡単には

```
plot ((3 *cos);4*sin) a
plot_2func _1p1 1p1;'(3 *cos);4*sin'
```



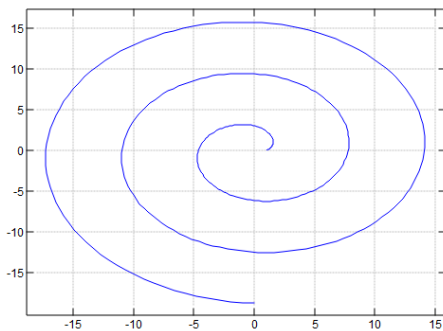
### 5. スクリプト

```
oval=: 3 : ' {|: y **1 +. r. 2p1 * (i.360)%360'
plot oval 3 4
```

### 2.3 インボリュート

$$\begin{cases} x = a(\cos\theta + \theta\sin\theta) \\ y = a(\sin\theta - \theta\cos\theta) \end{cases}$$

```
t=. 6p1 * (i.360)%360
x=. (cos t) + t * sin t
y=. (sin t) - t * cos t
plot x;y
```



### 2.4 対数螺旋

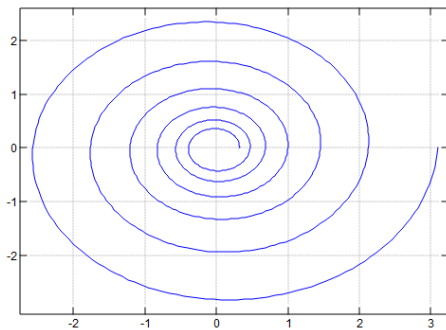
極形式表示

$$r = ae^{b\theta}$$

パラメーター表示

$$\begin{cases} x = ae^{b\theta} \cos \theta \\ y = ae^{b\theta} \sin \theta \end{cases}$$

```
plot (^0.06 * t) r. t=. steps _6p1 6p1 1000
```



### 3 サイクロイド

半径  $a$  の円の内側を半径  $\frac{a}{4}$  の円が滑らずに転がるときの軌跡

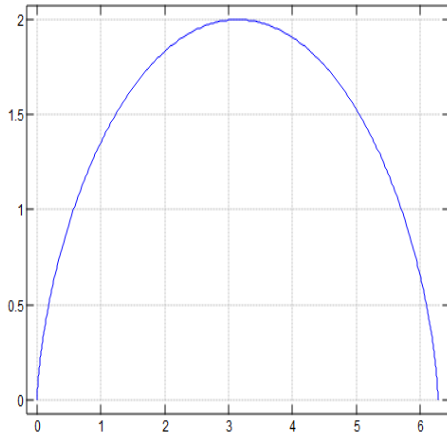
$$\begin{cases} x = a(\theta - \sin\theta) \\ y = a(1 - \cos\theta) \end{cases}$$

```
t=. 2p1 * (i.360)%360
```

```
x=. t - sin t
```

```
y=. -. cos t
```

```
plot x;y
```



## 4 アステロイド

### 1. 数式

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$$

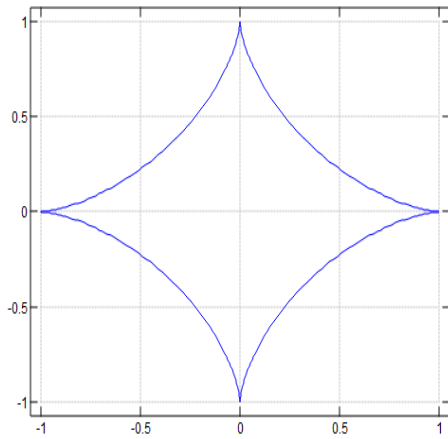
### 2. パラメーター表示

$$\begin{cases} x = a \cos^3 \theta \\ y = a \sin^3 \theta \end{cases}$$

### 3. Script

```
t=. 2p1 * (i.360)%360
plot ^&3 L:0(cos;sin)t
```

```
plot_2func _1p1 1p1;' ^&3@cos; ^&3@sin'
```



## 5 カージオイド

### 1. 数式

$$(x^2 + y^2 - 2ax)^2 = 4a^2(x^2 + y^2)$$

### 2. 極形式

$$r = 2a(1 + \cos\theta)$$

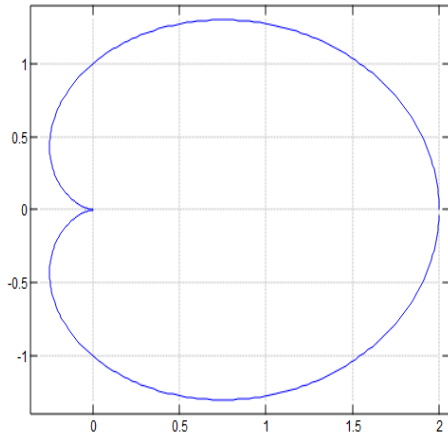
### 3. パラメータ表示

$$\begin{cases} x = a(1 + \cos\theta)\cos\theta \\ y = a(1 + \cos\theta)\sin\theta \end{cases}$$

```
t = 2*pi * (i.360)%360
plot (>: cos t)*L:0 (cos;sin) t
```

### 4. plot plot\_2func \_1p1 1p1 ;'(>:@cos \* cos);>:@cos \* sin'



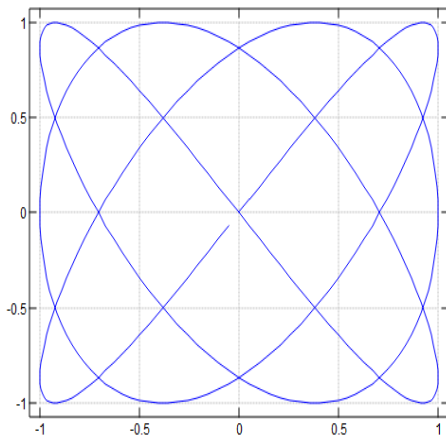


## 6 リサーチ

$$\begin{cases} x = A \sin(a\theta + \sigma) \\ y = B \sin(b\theta) \end{cases}$$

- 振幅 A,B,
  - 角周波数 a,b,
  - 位相差  $\sigma$
  - 図は A=B=1,a=3,b=4, $\sigma = 0$
- `plot_2func _2p1 2p1 ; 'sin@*&3 ;sin@*&4'`

```
t=. 2p1 * (i.360)%360
x=. sin 3 * t
y=. sin 4 * t
plot x;y
```



## 7 レムニスケート

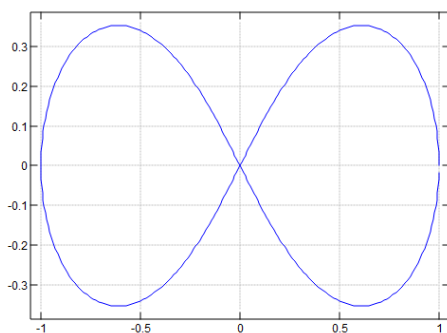
極形式

$$r^2 = 2a^2 \cos 2\theta$$

パラメータ表示

$$\begin{cases} \frac{\cos\theta}{1 + \sin^2\theta} \\ \frac{\sin\theta\cos\theta}{1 + \sin^2\theta} \end{cases}$$

```
t = 2*pi * (i.360)%360
b = 1;
x = (cos t) % b
y = ((sin t) * cos t) % b
plot x;y
```



## 8 双曲線

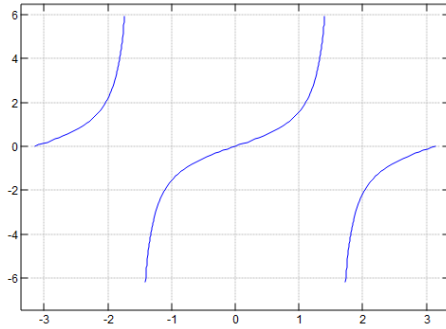
1. 双曲線の式

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\begin{cases} x = \frac{a}{\cos\theta} \\ y = b \tan\theta \end{cases}$$

2. tan のグラフ。tan が入ると図が暴れ、教科書のような図がすっきりと出てこない

```
plot -1pi 1pi ;'tan'
```



### 3. 例題とパラメーター表示

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

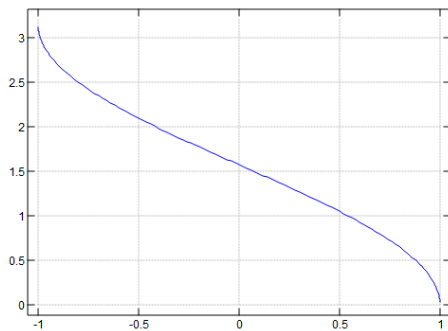
なら

$$\begin{cases} x = 3\arccos\theta & -2 \\ y = -4\sin\theta & 3 \end{cases}$$

### 4. plot

- arccos は次の範囲ならば大丈夫だが、\_1.1 1 とするとエラーになる。

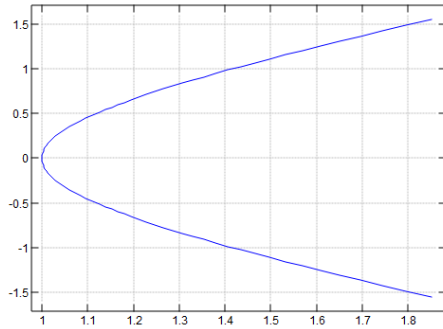
`plot _1 1 ;'arccos '`



### 5. 次のようなパラメータが紹介されている

$$\begin{cases} x = \frac{a}{\cos\theta} \\ y = b\tan\theta \end{cases}$$

```
x=. % cos a
y=. *tan a
plot x;y
```



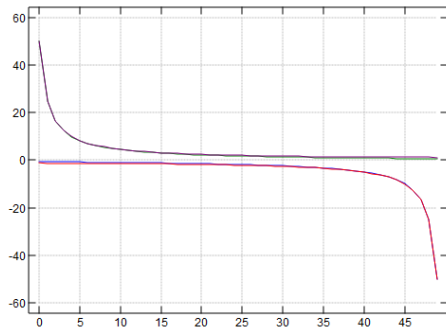
(片側だけが描けている)

6. 次のようなパラメータも紹介されている

$$\begin{cases} x = \frac{a}{\tan\theta} \\ y = \frac{b}{s} \sin\theta \end{cases}$$

これは断崖（作図不能点）が入るので取り除き、pd を使った作図で分け書きする

```
hyper=: 3 : 0
t=. steps _1 1 100
x0=. % tan t
y0=. % sin t
pd 'new'
pd |: 50{.x0,.y0
pd |: _50{. x0,.y0
pd 'show'
)
```



## References

Script は <http://japla.sakura.ne.jp/>の workshop 2019/03 に入っている。