

Jによるアポロニウスの円パッキング ー「インドラの真珠」からー

西川 利男

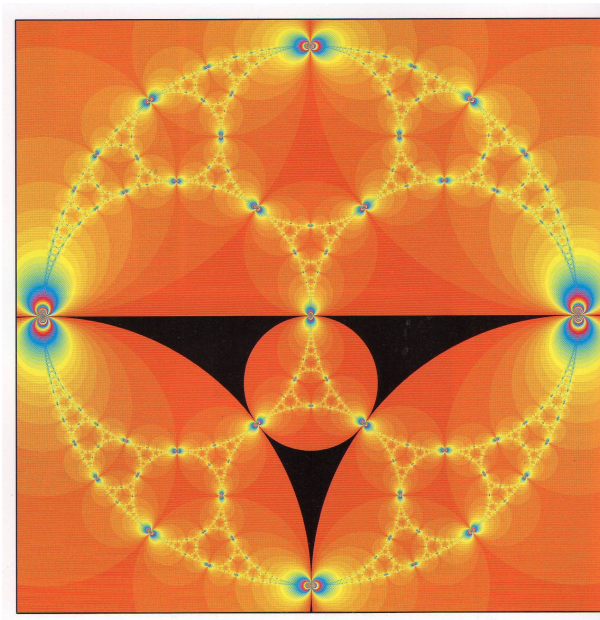
はじめに

志村正人氏より、これまで私の興味に合わせて、いろいろな文献から本まで多数提供していただいた。

なか対応しき

「インドラ
ジ近い大部の
年だったろう
第6章「イン
ニウスの円パ
がある。円の
と入れ子にし
なフラクタ
のテーマは洋
代の和算の遺

[1] デヴィ
ロライン・シ
イト



ところが私としてなか
れていない。

の真珠」[1]なる400ペー
本をいただいたのは昨
か。

ドラの首飾り」にアポロ
ッキングというテーマ
内部に小さい円を次々
ていく美的にもきれい
ル・パターンだ。この手
の東西を問わず、江戸時
題にも出てくる。

ド・マンフォード、キャ
リーズ、デヴィッド、ラ

小森洋平訳「インドラの真珠ークラインの夢みた世界」、日本評論社(2013).

もとより、「インドラの真珠」の真髄は、複素平面上の複素変換というクライン群の幾何学にある。この本を理解したというより、きれいな図形に見とれて、自分でも描いてみたいという、まさに「つまみ食い」のレクリエーショナル数学である。

1. これまでの筆者の関連のJグラフィックス

一方、私がJによる東京オリンピックのエンブレムパターンのタイリンググラフィックスに凝っていたのは2017年だった[2]。

[2] 西川利男「Jのタイリング・グラフィックスによりオリンピック・エンブレムを描く」
JAPLA 研究会資料 2017/6/17

西川利男「Jのタイリング・グラフィックスにより オリンピック・エンブレムを描くー
続き（完成版）」JAPLA 研究会資料 2017/8/5

その後、やはり志村氏の刺激をうけて、アルハンブラ・グラフィックスと名づけた一連の報告では、2つの円からなる弓形図形の内部塗りつぶしからタイリングなどを行ったが、アルハンブラ模様には至らなかった[3]。

[3] 西川利男「2つの円で囲まれた弓形図形の内部を塗りつぶすーアラベスク図形タイリングに向けてー」JAPLA 研究会資料 2017/12/9

西川利男「2つの円の交点座標と弓形図形のグラフィックスーその2 Jと非線形連立方程式」JAPLA 研究会資料 2018/3/10

西川利男「2つの円の交点座標と弓形図形のグラフィックスーその3ーマウス・クリックで画面上、どこにでも現れるー」JAPLA 研究会資料 2018/5/19

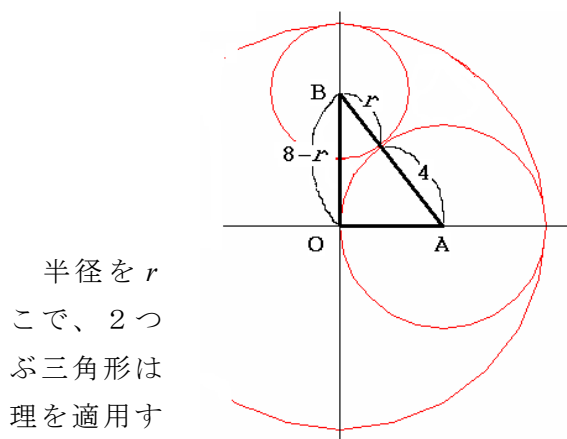
これらを通して、Jによる多角形の拡大、縮小、移動の図形のタイリンググラフィックスの環境を整備した。

そこで、当時のJプログラムを引っ張り出し、思い出して、まずは円をあちこちと動かしたり、拡大縮小することから円パッキングをやってみることにした。

2. 円パッキングの幾何学

グラフィック描画のための円の位置、半径などの計算手順を、ここでは実際の数値で示すことにした。

- (1) 最初に、外側の大きい円 O を中心 $(0, 0)$ 、半径 8 で描く。
 - (2) 次に、いまの円 O に一点で接し、 x 軸上に中心を持つような円 A 、つまり中心 $(4, 0)$ 、半径 4 の円 A を描く。
 - (3) 円 O と円 A にそれぞれ接し、 y 軸上に中心を持つ円 B を描く。
- 今度は、中心位置と半径を計算して求めなくてはならない。



半径を r
 ここで、2つ
 ぶ三角形は
 理を適用す

とすると、中心位置は $(0, 8 - r)$ となる。この円の中心 A と B と座標の原点 O とを結直角三角形となるので、ここに三平方の定

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 &= \overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 \\ (r+4)^2 &= 4^2 + (8-r)^2 \\ r^2 + 8r + 16 &= 16 + 64 - 16r + r^2 \\ 24r &= 64 \\ r &= \frac{64}{24} = \frac{8}{3} = 2.67\end{aligned}$$

したがって、円 B は中心 $(0, 5.33)$ 、半径 2.67 となる。

- (4) 続いて、 y 軸上で、円 A と円 B に接し、さらに小さい円 C を描く。

円 C の半径を r' とすると、中心座標は $(0, 8 - 2r - r')$ となる。

$$\begin{aligned}\overline{AC}^2 &= \overline{OA}^2 + \overline{OC}^2 \\ (r' + 4)^2 &= 4^2 + (8 - 2r - r')^2\end{aligned}$$

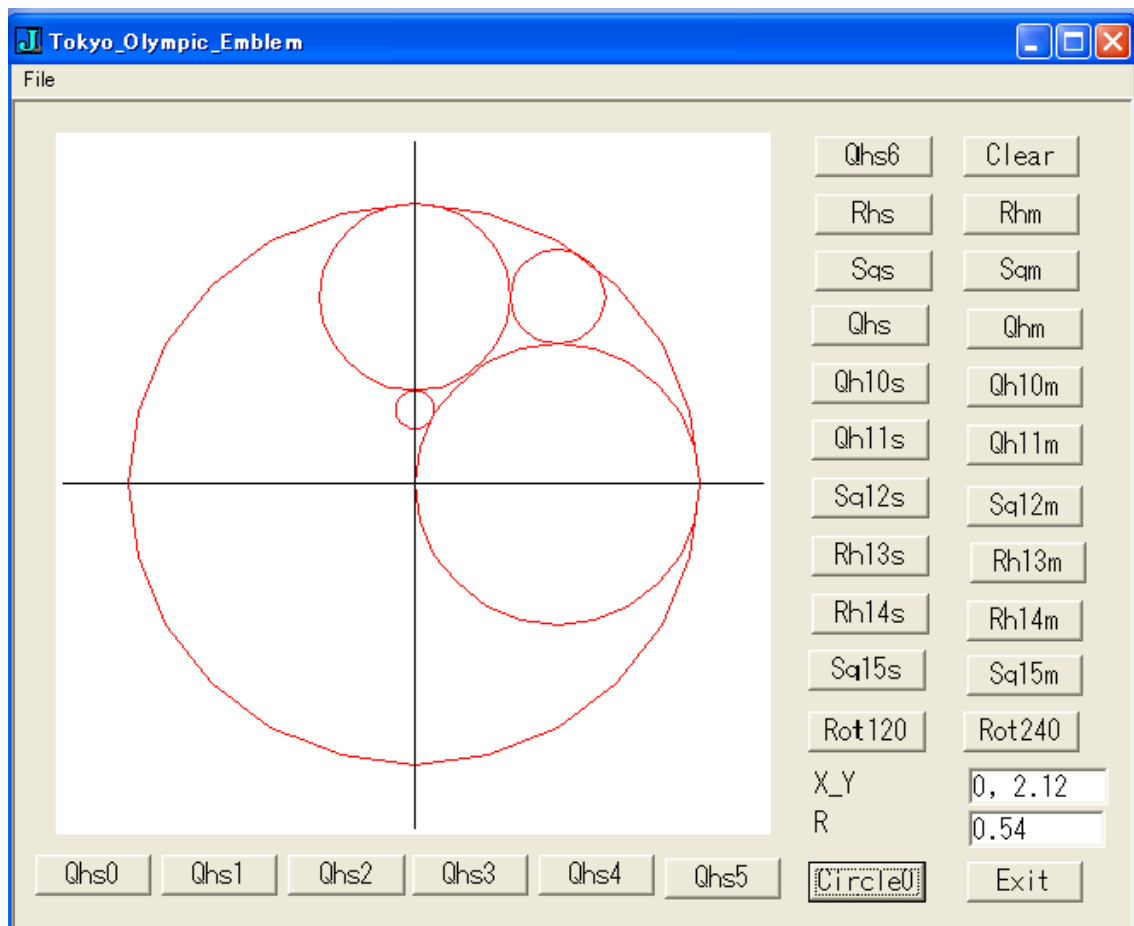
これから、(3)と同様の手順の計算で求められる。

3. Jによるアポロニウスの円パッキングのグラフィックス

先に報告したオリンピック・エンブレムのJグラフィックス[2]に追加する形で、円パッキングの最初の部分が出来た。中心と半径のパラメータは、次のような値で行った。

中心	半径
$(0, 0)$	8

$(4, 0)$ 4
 $(0, 5.34)$ 2.67
 $(0, 2.12)$ 0.54
 $(4, 5.34)$ 1.33



NB. Indra_Graphics / Circle shift & size =====

NB. 2019/7/6

```
circle=: 3 : 0
```

```
'x y r'=. y.
```

```
TH=. 15 * i. 25      NB. circle = 15 deg * 24 times
```

```
XX=. x + r * cosd TH
```

```
YY=. y + r * sind TH
```

```
, XX ,. YY
```

```
)
```

```
emblem_Circle0_button=: 3 : 0
```

```
CIRC=. circle inX, inY, inRR
```

```
(255 0 0) colorpolylines CIRC
```

```
draw_xy "
```

```
glshow "
```

```
)
```

```
emblem_inXY_button=: 3 : 0
```

```
'inX inY'=: ". inXY
```

```
)
```

```
emblem_inR_button=: 3 : 0
```

```
inRR=: ". inR
```

```
)
```

NB. Indra Packing Parameters =====

NB. Center Radius

NB. (0, 0) 8

NB. (4, 0) 4

NB. (0, 5.34) 2.67

NB. (0, 2.12) 0.54

NB. (4, 5.34) 1.33