プロジェクトオイラーと J のプログラムの練習
(11-20)

SHIMURA Masato

2017 年 5 月 25 日

目次

1 Largeat product in series-probrem 11

```
In the 20 × 20 grid below, four numbers along a diagonal line have bee

08 02 22 97 38 15 00 40 00 75 04 05 07 78 52 12 50 77 91 08
24 47 32 60 99 03 45 02 44 75 33 53 78 36 84 20 35 17 12 50
...
21 36 23 09 75 00 76 44 20 45 35 14* 00 61 33 97 34 31 33 95
78 17 53 28 22 75 31 67 15 94 03 80 04 62 16 14 09 53 56 92
....
```

(Progress より Copy してください)

The product of these numbers is 26 × 63 × 78 × 14 = 1788696.

What is the greatest product of four adjacent numbers in the same dire
(up, down, left, right, or diagonally) in the 20 × 20 grid?

斜めの連続する 4 個の数を掛けたものの最大値は 26*63*78*14=1788696

縦、横、斜めの何れかの連続する 4 数の掛けた数の最大値は

```
PMAT=: 20 2 $ P11
```

横

```
    4<\ "1 i.5 5
+-----------+-----------+
|0 1 2 3    |1 2 3 4    |
+-----------+-----------+
|5 6 7 8    |6 7 8 9    |
+-----------+-----------+
|10 11 12 13|11 12 13 14|
+-----------+-----------+
|15 16 17 18|16 17 18 19|
+-----------+-----------+
|20 21 22 23|21 22 23 24|
+-----------+-----------+
```

```
   |:(L:0)  4<\  i.5 5
+----------+----------+
|0 5 10 15|5 10 15 20|
|1 6 11 16|6 11 16 21|
|2 7 12 17|7 12 17 22|
|3 8 13 18|8 13 18 23|
|4 9 14 19|9 14 19 24|
+----------+----------+
```

斜めの右、左の取出し

```
   (i.5 5); |."1 i. 5 5
+--------------+--------------+
| 0  1  2  3  4| 4  3  2  1  0|
| 5  6  7  8  9| 9  8  7  6  5|
```

```
|10 11 12 13 14|14 13 12 11 10|
|15 16 17 18 19|19 18 17 16 15|
|20 21 22 23 24|24 23 22 21 20|
+--------------+--------------+
```

斜めの抽出　右袈裟切しかなく個数指定は？。左袈裟は回転で対応する

```
  </. i.5 5
+-+---+------+--------+----------+---------+-------+-----+--+
|0|1 5|2 6 10|3 7 11 15|4 8 12 16 20|9 13 17 21|14 18 22|19 23|24|
+-+---+------+--------+----------+---------+-------+-----+--+


   </.|."1 i.5 5
+-+---+------+--------+----------+---------+-------+-----+--+
|4|3 9|2 8 14|1 7 13 19|0 6 12 18 24|5 11 17 23|10 16 22|15 21|20|
+-+---+------+--------+----------+---------+-------+-----+--+
```

5 以上は 4 の尻取りを行う

```
   ></.|."1 i.5 5
 4  0  0  0  0
 3  9  0  0  0
 2  8 14  0  0
 1  7 13 19  0
 0  6 12 18 24
 5 11 17 23  0
10 16 22  0  0
15 21  0  0  0
20  0  0  0  0
```

個数の少ないのも一括して計算

```
   5{.  \:~ ; */ L:0 >  4<\ L:0  </.|."1 i.5 5
31104 21505 1729 1 1
```

2　Highly dividible triangular number -probrem 12　　- 3 角数の約数の数

The sequence of triangle numbers is generated by adding the natural numbers.
So the 7th triangle number would be 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28.
The first ten terms would be:
1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, ...
Let us list the factors of the first seven triangle numbers:
（三角数と約数）

```
 1: 1
 3: 1,3
 6: 1,2,3,6
10: 1,2,5,10
15: 1,3,5,15
21: 1,3,7,21
28: 1,2,4,7,14,28
```

We can see that 28 is the first triangle number to have over five divisors.
What is the value of the first triangle number to have over five hundred divisors?
約数が 5 を超える最初の三角数は 28
約数が 500 を超える最初の三角数の数は

- 三角数の素

```
   <\>:i.7
+-+---+-----+-------+---------+-----------+-------------+
|1|1 2|1 2 3|1 2 3 4|1 2 3 4 5|1 2 3 4 5 6|1 2 3 4 5 6 7|
+-+---+-----+-------+---------+-----------+-------------+
```

- 三角数を求める

```
   ; +/ L:0 <\ >:i.20
1 3 6 10 15 21 28 36 45 55 66 78 91 105 120 136 153 171 190 210
```

パスカルの 3 角形の 3 行目は三角数になる。（Script はこれ以上簡約化する方法が見つからない）
100 万程度まで時間はかからない

```
    (i.3)!/>:i.10
1 1 1 1  1  1  1  1  1  1
1 2 3 4  5  6  7  8  9 10
0 1 3 6 10 15 21 28 36 45
```

途中からでも取れる

```
   (i.3)!/  5+i.5
 1  1  1  1  1
 5  6  7  8  9
10 15 21 28 36

just point

   (i.3)!/  5
1 5 10
```

  - 力業法では PC が亀より遅くなる。
  - 約数が最初に 500 を超える数を求めても三角数ではない
  - 約数を簡約化しないと計算問題の領域に近くなる
- Many at once は諦めて、大量のスクリプトを破棄し、

```
10000 loop_p012x 50000
```

```
25920 540
26999 432
27999 320
28223 324
28224 324
29375 360
36504 324
38024 486
41624 324
42624 336
43560 324
50175 540
50624 450
```

3 Large sum - Probrem 13

Work out the first ten digits of the sum of the following one-hundred

```
37107287533902102798797998220837590246510135740250
46376937677490009712648124896970078050417018260538
```

(copy from Progress)

この (150 行*50) の数の合計の最初の 10 桁の数を示せ

10 行ではスタックオーバー
6 行で区切る

```
(300#10)#: x: P131
```

```
find_yakusuh 7
1 2 4 7 14 28
```

4 Longest Collatz sequence probrem 14

The following iterative sequence is defined for the set of positive integers:

```
n → n/2 (n is even)
n → 3n + 1 (n is odd)
```

Using the rule above and starting with 13, we generate the following sequence:

```
13 → 40 → 20 → 10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1
```

It can be seen that this sequence (starting at 13 and finishing at 1) contains 10 terms. Although it has not been proved yet (Collatz Problem), it is thought that all starting numbers finish at 1.

Which starting number, under one million, produces the longest chain?

NOTE: Once the chain starts the terms are allowed to go above one million.

コラッツのシークエンスは未解決問題。

偶数では $\frac{1}{2}$, 奇数では 3 倍して 1 を加える。

13 からスタートすると 10 ステップでは 1 になり終了する

1000000 以下の数からスタートして一番長いチエーンとなるスタート数は（スタート後一時的に 100 万を超えてもよい）

*1

$$a(n) = \begin{cases} \frac{1}{2}a_{n-1} & . \quad for a_{n-1} even \\ 3a_{n-1}+1 & for a_{n-1} odd 1 \end{cases}$$

- 逆算アルゴリズムは破綻?

  偶数でも $\dfrac{1}{3}n-1$ が整数となるときは 2 倍でなく割り算を優先することにより細分する

  3,9 が出ると拡大の一方通行に陥る

```
    probrem_014 30
(1)
(2)
4
8
16
5
10 *
20
40 *
13
26
52
17
34
11
22
7
14
28
```

```
9
18
36
72
144
288
576
1152
2304
4608
9216
18432
36864
```

- 力業法しか残っていない

```
collatz_conj=: 3 : 0
```

```
NB. u 9
VAL=. y
ctr=. 0
while.  1< VAL do.
ctr=. >: ctr
tmp=. check_oe VAL  NB. odd is 1
 select. tmp
  case. 1 do. VAL=. -: VAL
  case. 0 do. VAL=. >: 3 * VAL
  end.
end.
ctr,y,VAL
)
```

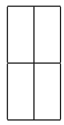
このスクリプトをループで回す。解を書き上げると遅くなるので、ソートして上から 20 個程度の書き込みに制限する

```
ANS=. {@> 20#0
tmp=. collatz_conj NR
ANS=. {}: \:~>ANS,<tmp
```

WIKIPEDIA
less than 10 is 9, which has 19 steps,
less than 100 is 97, which has 118 steps,
less than 1,000 is 871, which has 178 steps,
less than 10,000 is 6,171, which has 261 steps,
less than 100,000 is 77,031, which has 350 steps,

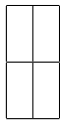
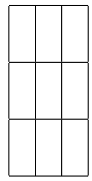
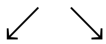
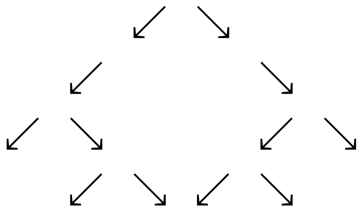
5 Lattice Path probrem 15

Starting in the top left corner of a 2 × 2 grid, and only being able to move to the right and down, there are exactly 6 routes to the bottom right corner.
How many such routes are there through a 20 × 20 grid?
2 × 2 のグリッドでの左上から右下への経路は 6 通り。
20 × 20 グリッドでの経路数は



2 × 2 のグリッドの左上から右下への経路は 6 通りある。
20 × 20 のグリッドの同様の経路の数は

1. ネットワーク理論
   マトリクスに組み上げるのは容易だが、求めるのは最短距離ではない
2. 分岐木

<table>
<tr><td>2</td><td>6</td><td>20</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>6</td><td>20</td></tr>
<tr><td></td><td>
• 真ん中の点を結合せず、独自のネットワークとして組んでいく。
• 経路を数えるのだから重複はいとわない。
• 分岐（出力）が大事。分岐＝入力は省略する</td><td></td></tr>
</table>

3. .
   - 真ん中の点を結合せず、独自のネットワークとして組んでいく。
   - 経路を数えるのだから重複はいとわない。
   - 分岐（出力）が大事。分岐＝入力は省略する

   数え上げは半分でよいが、全部表示すれば次のようになる。2 項係数、パスカルの 3 角形とは少し異なる。これは重複を数え上げることによる。

```
1: 1 1
2: 1 2 2 1
3: 1 3 6 6 3 1
```

```
   4: 1 4 10 20 20 10 4 1
```

2 項係数、コンビネーションの一括表示。

```
      0 1 2 3 4 5 6  !/1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
1 1 1 1   1   1   1   1    1    1
1 2 3 4   5   6   7   8    9   10
0 1 3 6  10  15  21  28   36   45
0 0 1 4  10  20  35  56   84  120
0 0 0 1   5  15  35  70  126  210
0 0 0 0   1   6  21  56  126  252
0 0 0 0   0   1   7  28   84  210
```

重複の経路は斜めに出てくる。Why?
oblic の取り出し。左右反転すると薩摩示現流左袈裟掛けが決まる

```
  |."1  i. 3 3
2 1 0
5 4 3
8 7 6

  </. |."1  i. 3 3
+-+---+-----+---+-+
|2|1 5|0 4 8|3 7|6|
+-+---+-----+---+-+
```

6 Power digit sum -probrem 16

```
2^15 = 32768 and the sum of its digits is 3 + 2 + 7 + 6 + 8 = 26.

What is the sum of the digits of the number 2^1000?
```

$2^{16} = 32768$ で、$3 + 2 + 7 + 6 + 8 = 26$ となる

2^{1000} を構成する数の合計は

```
   (5 # 10) #:  2^15x
32768

  (5 # 10) #:  2^15x
3 2 7 6 8

   +/ (5 # 10) #:  2^15x
26
```

```
   (4 # 10) #:  2^15x
2 7 6 8

   (6 # 10) #:  2^15x
0 3 2 7 6 8
```

7 Number letter counts-probrem 17

If the numbers 1 to 5 are written out in words: one, two, three, four, five, then there are 3 + 3 + 5 + 4 + 4 = 19 letters used in total.
If all the numbers from 1 to 1000 (one thousand) inclusive were written out in words, how many letters would be used?
NOTE: Do not count spaces or hyphens. For example, 342 (three hundred and forty-two) contains 23 letters and 115 (one hundred and fifteen) contains 20 letters. The use of "and" when writing out numbers is in compliance with British usage.

1. まともに行うと出題と相違

```
P170=: 'one two three four five'
P171=:'three hundred and forty-two'
P172=:'one hundred and fifteen'   # P170

  # P170   NB. count space
23                          --> apace is 4 //23 <-- 19
   # P171  NB. except and/need space  --> 23
27
   # P172  NB. except and/need space  -->20
23
```

2. 回避法

```
   P1701=: 'one','two','three','four','five'
   P1701
onetwothreefourfive
   # P1701
19
```

8 Maximum path sum I Problem 18

By starting at the top of the triangle below and moving to adjacent numbers on the row below, the maximum total from top to bottom is 23.

```
   3
  7 4
 2 4 6
8 5 9 3
```

That is, 3 + 7 + 4 + 9 = 23.
Find the maximum total from top to bottom of the triangle below:

```
75
95 64
17 47 82
18 35 87 10
20 04 82 47 65
19 01 23 75 03 34
88 02 77 73 07 63 67
99 65 04 28 06 16 70 92
41 41 26 56 83 40 80 70 33
41 48 72 33 47 32 37 16 94 29
53 71 44 65 25 43 91 52 97 51 14
70 11 33 28 77 73 17 78 39 68 17 57
91 71 52 38 17 14 91 43 58 50 27 29 48
63 66 04 68 89 53 67 30 73 16 69 87 40 31
04 62 98 27 23 09 70 98 73 93 38 53 60 04 23
```

NOTE: As there are only 16384 routes, it is possible to solve this problem by trying every route. However, Problem 67, is the same challenge with a triangle containing one-hundred rows;
it cannot be solved by brute force, and requires a clever method! ;o)

1. 2 項係数

- 2 項係数。NO14 は重複を区分し、経路数をカウントしたが、今回は重複しないで経路を数え上げる。

```
   a,  +/ a=.(i.15)!/i.15
1 1 1 1  1  1  1   1   1   1    1    1    1    1     1
0 1 2 3  4  5  6   7   8   9   10   11   12   13    14
0 0 1 3  6 10 15  21  28  36   45   55   66   78    91
0 0 0 1  4 10 20  35  56  84  120  165  220  286   364
0 0 0 0  1  5 15  35  70 126  210  330  495  715  1001
0 0 0 0  0  1  6  21  56 126  252  462  792 1287  2002
0 0 0 0  0  0  1   7  28  84  210  462  924 1716  3003
0 0 0 0  0  0  0   1   8  36  120  330  792 1716  3432
0 0 0 0  0  0  0   0   1   9   45  165  495 1287  3003
0 0 0 0  0  0  0   0   0   1   10   55  220  715  2002
0 0 0 0  0  0  0   0   0   0    1   11   66  286  1001
0 0 0 0  0  0  0   0   0   0    0    1   12   78   364
0 0 0 0  0  0  0   0   0   0    0    0    1   13    91
0 0 0 0  0  0  0   0   0   0    0    0    0    1    14
0 0 0 0  0  0  0   0   0   0    0    0    0    0     1
1 2 4 8 16 32 64 128 256 512 1024 2048 4096 8192 16384
```

- 15 段になる