

プロジェクトオイラーと J のプログラムの練習 (11-20)

SHIMURA Masato

2017 年 5 月 25 日

目次

1	Largeat product in series-problem 11	1
2	Highly dividible triangular number -problem 12 - 3 角数の約数の数	4
3	Large sum - Problem 13	6
4	Longest Collatz sequence problem 14	7
5	Lattice Path problem 15	9
6	Power digit sum -problem 16	12
7	Number letter counts-problem 17	12
8	Maximum path sum I Problem 18	14

1 Largeat product in series-problem 11

In the 20×20 grid below, four numbers along a diagonal line have been

```
08 02 22 97 38 15 00 40 00 75 04 05 07 78 52 12 50 77 91 08
24 47 32 60 99 03 45 02 44 75 33 53 78 36 84 20 35 17 12 50
...
21 36 23 09 75 00 76 44 20 45 35 14* 00 61 33 97 34 31 33 95
78 17 53 28 22 75 31 67 15 94 03 80 04 62 16 14 09 53 56 92
....
```

(Progress より Copy してください)

The product of these numbers is $26 \times 63 \times 78 \times 14 = 1788696$.

What is the greatest product of four adjacent numbers in the same direction (up, down, left, right, or diagonally) in the 20×20 grid?

斜めの連続する 4 個の数を掛けたものの最大値は $26*63*78*14=1788696$

縦、横、斜めの何れかの連続する 4 数の掛けた数の最大値は

PMAT=: 20 2 \$ P11

横

4<\ "1 i.5 5

```

+-----+-----+
|0 1 2 3   |1 2 3 4   |
+-----+-----+
|5 6 7 8   |6 7 8 9   |
+-----+-----+
|10 11 12 13|11 12 13 14|
+-----+-----+
|15 16 17 18|16 17 18 19|
+-----+-----+
|20 21 22 23|21 22 23 24|

```

斜めの右、左の取出し

(i.5 5); |."1 i. 5 5

```

+-----+-----+
| 0  1  2  3  4| 4  3  2  1  0|
| 5  6  7  8  9| 9  8  7  6  5|

```

```

|:(L:0) 4<\ i.5 5
+-----+-----+
|0 5 10 15|5 10 15 20|
|1 6 11 16|6 11 16 21|
|2 7 12 17|7 12 17 22|
|3 8 13 18|8 13 18 23|
|4 9 14 19|9 14 19 24|
+-----+-----+

```

```
|10 11 12 13 14|14 13 12 11 10|
|15 16 17 18 19|19 18 17 16 15|
|20 21 22 23 24|24 23 22 21 20|
+-----+
```

斜めの抽出 右袈裟切しもなく個数指定は？。左袈裟は回転で対応する

```
</. i.5 5
```

```
+-----+
|0|1 5|2 6 10|3 7 11 15|4 8 12 16 20|9 13 17 21|14 18 22|19 23|24|
+-----+
```

```
</.|."1 i.5 5
```

```
+-----+
|4|3 9|2 8 14|1 7 13 19|0 6 12 18 24|5 11 17 23|10 16 22|15 21|20|
+-----+
```

5以上は4の尻取りを行う

```
></.|."1 i.5 5
```

```
4 0 0 0 0
3 9 0 0 0
2 8 14 0 0
1 7 13 19 0
0 6 12 18 24
5 11 17 23 0
10 16 22 0 0
15 21 0 0 0
20 0 0 0 0
```

個数の少ないのも一括して計算

```
5{. \:~ ; */ L:0 > 4<\ L:0 </.|."1 i.5 5
31104 21505 1729 1 1
```

2 Highly dividible triangular number -problem 12 - 3 角数の約数の数

The sequence of triangle numbers is generated by adding the natural numbers.

So the 7th triangle number would be $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$.

The first ten terms would be:

1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, ...

Let us list the factors of the first seven triangle numbers:

(三角数と約数)

1: 1

3: 1, 3

6: 1, 2, 3, 6

10: 1, 2, 5, 10

15: 1, 3, 5, 15

21: 1, 3, 7, 21

28: 1, 2, 4, 7, 14, 28

We can see that 28 is the first triangle number to have over five divisors.

What is the value of the first triangle number to have over five hundred divisors?

約数が 5 を超える最初の三角数は 28

約数が 500 を超える最初の三角数の数は

- 三角数の素

```

<\>:i.7
+--+---+-----+-----+-----+-----+-----+
|1|1 2|1 2 3|1 2 3 4|1 2 3 4 5|1 2 3 4 5 6|1 2 3 4 5 6 7|
+--+---+-----+-----+-----+-----+-----+

```

- 三角数を求める

```

; +/ L:0 <\ >:i.20
1 3 6 10 15 21 28 36 45 55 66 78 91 105 120 136 153 171 190 210

```

パスカルの 3 角形の 3 行目は三角数になる。(Script はこれ以上簡約化する方法が見つからない)

100 万程度まで時間はかからない

途中からでも取れる

```

(i.3)!/>:i.10
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
0 1 3 6 10 15 21 28 36 45

(i.3)!/ 5+i.5
1 1 1 1 1
5 6 7 8 9
10 15 21 28 36
just point

```

- 力業法では PC が亀より遅くなる。^{1 5 10}
- 約数が最初に 500 を超える数を求めても三角数ではない
- 約数を簡約化しないと計算問題の領域に近くなる

- Many at once は諦めて、大量のスクリプトを破棄し、

```
10000 loop_p012x 50000
```

25920 540
26999 432
27999 320
28223 324
28224 324
29375 360
36504 324
38024 486
41624 324
42624 336
43560 324
50175 540
50624 450

3 Large sum - Problem 13

Work out the first ten digits of the sum of the following one-hundred

37107287533902102798797998220837590246510135740250
46376937677490009712648124896970078050417018260538

(copy from Progress)

この (150 行*50) の数の合計の最初の 10 桁の数を示せ

10 行ではスタックオーバー

6 行で区切る

(300#10)#: x: P131

find_yakusuh 7

1 2 4 7 14 28

4 Longest Collatz sequence problem 14

The following iterative sequence is defined for the set of positive integers:

$n \rightarrow n/2$ (n is even)

$n \rightarrow 3n + 1$ (n is odd)

Using the rule above and starting with 13, we generate the following sequence:

13 → 40 → 20 → 10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1

It can be seen that this sequence (starting at 13 and finishing at 1) contains 10 terms. Although it has not been proved yet (Collatz Problem), it is thought that all starting numbers finish at 1.

Which starting number, under one million, produces the longest chain?

NOTE: Once the chain starts the terms are allowed to go above one million.

コラッツのシーケンスは未解決問題。

偶数では $\frac{1}{2}$, 奇数では 3 倍して 1 を加える。

13 からスタートすると 10 ステップでは 1 になり終了する

1000000 以下の数からスタートして一番長いチェーンとなるスタート数は (スタート後一時的に 100 万を超えてもよい)

*1

$$a(n) = \begin{cases} \frac{1}{2}a_{n-1} & \text{for } a_{n-1} \text{ even} \\ 3a_{n-1} + 1 & \text{for } a_{n-1} \text{ odd} \end{cases}$$

- 逆算アルゴリズムは破綻?

偶数でも $\frac{1}{3}n - 1$ が整数となるときは 2 倍でなく割り算を優先することにより細分する

3,9 が出ると拡大の一方通行に陥る
 probrem_014 30

(1)

(2)

4	9
8	18
16	36
5	72
10 *	144
20	288
40 *	576
13	1152
26	2304
52	4608
17	9216
34	18432
11	36864
22	
7	
14	
28	

- 力業法しか残っていない

collatz_conj=: 3 : 0

```

NB. u 9
VAL=. y
ctr=. 0
while. 1< VAL do.
  ctr=. >: ctr
  tmp=. check_oe VAL NB. odd is 1
  select. tmp
    case. 1 do. VAL=. -: VAL
    case. 0 do. VAL=. >: 3 * VAL
  end.
end.
ctr,y,VAL
)

```

このスクリプトをループで回す。解を書き上げると遅くなるので、ソートして上から 20 個程度の書き込みに制限する

```

ANS=. {@> 20#0
tmp=. collatz_conj NR
ANS=. {}: \:~>ANS,<tmp

```

WIKIPEDIA

less than 10 is 9, which has 19 steps,
 less than 100 is 97, which has 118 steps,
 less than 1,000 is 871, which has 178 steps,
 less than 10,000 is 6,171, which has 261 steps,
 less than 100,000 is 77,031, which has 350 steps,

5 Lattice Path problem 15

Starting in the top left corner of a 2×2 grid, and only being able to move to the right and down, there are exactly 6 routes to the bottom right corner.

How many such routes are there through a 20×20 grid?

2×2 のグリッドでの左上から右下への経路は 6 通り。

20×20 グリッドでの経路数は




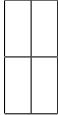
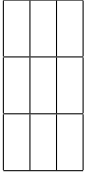
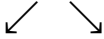
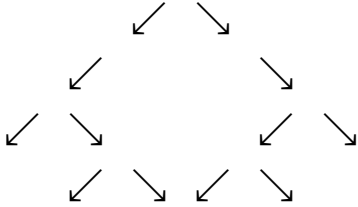
2×2 のグリッドの左上から右下への経路は 6 通りある。

20×20 のグリッドの同様の経路の数は

1. ネットワーク理論

マトリクスに組み上げるのは容易だが、求めるのは最短距離ではない

2. 分岐木

2	6	20
		
2	6	20
	 <ul style="list-style-type: none"> ● 真ん中の点を結合せず、独自のネットワークとして組んでいく。 ● 経路を数えるのだから重複はいとわない。 ● 分岐（出力）が大事。分岐＝入力省略する 	

3. .

- 真ん中の点を結合せず、独自のネットワークとして組んでいく。
- 経路を数えるのだから重複はいとわない。
- 分岐（出力）が大事。分岐＝入力省略する

数え上げは半分でもいいが、全部表示すれば次のようになる。2項係数、パスカルの3角形とは少し異なる。これは重複を数え上げることによる。

1: 1 1

2: 1 2 2 1

3: 1 3 6 6 3 1

4: 1 4 10 20 20 10 4 1

2項係数、コンビネーションの一括表示。

	0	1	2	3	4	5	6	!/1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10								
0	1	3	6	10	15	21	28	36	45								
0	0	1	4	10	20	35	56	84	120								
0	0	0	1	5	15	35	70	126	210								
0	0	0	0	1	6	21	56	126	252								
0	0	0	0	0	1	7	28	84	210								

重複の経路は斜めに出てくる。Why?

oblic の取り出し。左右反転すると薩摩示現流左袈裟掛けが決まる

```

|. "1 i. 3 3
2 1 0
5 4 3
8 7 6

```

```

</. |."1 i. 3 3
+---+---+---+---+
|2|1 5|0 4 8|3 7|6|
+---+---+---+---+

```

6 Power digit sum -problem 16

$2^{15} = 32768$ and the sum of its digits is $3 + 2 + 7 + 6 + 8 = 26$.

What is the sum of the digits of the number 2^{1000} ?

$2^{16} = 32768$ で、 $3 + 2 + 7 + 6 + 8 = 26$ となる

2¹⁰⁰⁰ を構成する数の合計は

(5 # 10) #: 2^{15x}

32768

(4 # 10) #: 2^{15x}

2 7 6 8

(5 # 10) #: 2^{15x}

3 2 7 6 8

(6 # 10) #: 2^{15x}

0 3 2 7 6 8

+ / (5 # 10) #: 2^{15x}

26

7 Number letter counts-problem 17

If the numbers 1 to 5 are written out in words: one, two, three, four, five, then there are 3 + 3 + 5 + 4 + 4 = 19 letters used in total.

If all the numbers from 1 to 1000 (one thousand) inclusive were written out in words, how many letters would be used?

NOTE: Do not count spaces or hyphens. For example, 342 (three hundred and forty-two) contains 23 letters and 115 (one hundred and fifteen) contains 20 letters. The use of "and" when writing out numbers is in compliance with British usage.

1. まともに行うと出題と相違

P170=: 'one two three four five'

P171=: 'three hundred and forty-two'

P172=: 'one hundred and fifteen' # P170

P170 NB. count space

23 --> apace is 4 //23 <-- 19

P171 NB. except and/need space --> 23

27

P172 NB. except and/need space -->20

23

2. 回避法

```
P1701=: 'one', 'two', 'three', 'four', 'five'  
P1701  
onetwothreefourfive  
# P1701  
19
```


8 Maximum path sum I Problem 18

By starting at the top of the triangle below and moving to adjacent numbers on the row below, the maximum total from top to bottom is 23.

```
      3
     7  4
    2  4  6
   8  5  9  3
```

That is, $3 + 7 + 4 + 9 = 23$.

Find the maximum total from top to bottom of the triangle below:

```
75
95 64
17 47 82
18 35 87 10
20 04 82 47 65
19 01 23 75 03 34
88 02 77 73 07 63 67
99 65 04 28 06 16 70 92
41 41 26 56 83 40 80 70 33
41 48 72 33 47 32 37 16 94 29
53 71 44 65 25 43 91 52 97 51 14
70 11 33 28 77 73 17 78 39 68 17 57
91 71 52 38 17 14 91 43 58 50 27 29 48
63 66 04 68 89 53 67 30 73 16 69 87 40 31
04 62 98 27 23 09 70 98 73 93 38 53 60 04 23
```

NOTE: As there are only 16384 routes, it is possible to solve this problem by trying every route. However, Problem 67, is the same challenge with a triangle containing one-hundred rows;

it cannot be solved by brute force, and requires a clever method! ;o)

1. 2 項係数

- 2 項係数。NO14 は重複を区分し、経路数をカウントしたが、今回は重複しないで経路を数え上げる。

$$a, \quad +/ \quad a = \frac{(i.15)!}{i.15}$$

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91
0	0	0	1	4	10	20	35	56	84	120	165	220	286	364
0	0	0	0	1	5	15	35	70	126	210	330	495	715	1001
0	0	0	0	0	1	6	21	56	126	252	462	792	1287	2002
0	0	0	0	0	0	1	7	28	84	210	462	924	1716	3003
0	0	0	0	0	0	0	1	8	36	120	330	792	1716	3432
0	0	0	0	0	0	0	0	1	9	45	165	495	1287	3003
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	10	55	220	715	2002
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	11	66	286	1001
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	12	78	364
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	13	91
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	14
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096	8192	16384

- 15 段になる