

完全数と友愛数

SHIMURA Masato
jcd02773@nifty.ne.jp

2017年8月3日

目次

1	完全数と友愛数	1
2		1

1 完全数と友愛数

小川洋子「博士の愛した数式」の映画が公開されたころに、完全数と友愛数のスクリプトを作成したことがある。著者の小川女史は間欠泉的作家と自認しておられるようだが、*ProjectEuler* で友愛数 (*Amicable numbers*) を見かけたので、再度スクリプトを作成した。

完全数は古代ギリシャのユークリッドが

$2^n - 1$ が素数ならば $2^{n-1}(2^n - 1)$ は完全数であることを証明している。

古代ギリシャでは $6, 28, 496 = (2^4(2^5 - 1)), 8128 = (2^6(2^7 - 1))$ が知られていた。

その後 $2^{12}(2^{13} - 1), 2^{16}(2^{17} - 1), 2^{18}(2^{19} - 1)$ が発見されて後、

オイラーの時代を迎える。オイラーによる数学的基礎づけを経て更なる手計算の時代から、現在は分散コンピューティングを駆使して、完全数は 49 個が認定されているようだ。

友愛数は少し離れた 2 数の約数の和がシンクロナイズするもので、ピタゴラスの時代から知られており、フェルマーによる再導入の後、オイラーにつながる。オイラーは多くの友愛数を発見したが、見落としもあった。現在 1200 万組近い友愛数が発見されている。

2

- 自作の共通部品。共通部品ファイルを読み込んでも、部品単体をコピーしても良い。

NB. -----integer-----

```
check_integer =: 3 : '({:"1) 2 x: y) e. 1 '
```

```
pick_integer =: 3 : 0
ind=. check_integer y
ind # y
)
```

```
NB. -----divisor-----
divisor=: 3 : 0
NB. usage u 284
dev=. >. i. >. -: y
1,~ }. pick_integer y % dev
)
```

- 整数と小数、分数の区分

```
x: 21 21.5
21 43r2
```

```
2 x: 21 21.5 NB. 1が整数
21 1
43 2
```

- *divisor* >. -. y で $\frac{1}{2}$ までの順序数を打ち出す。。偶数、奇数の区分をすれば計算数は減る。

```
divisor ("0) 284 220
142 71 4 2 1 0 0 0 0 0 0
110 55 44 22 20 11 10 5 4 2 1
```

- 2 個の約数を打ち出す

```
NB. -----amicable numbers and perfect numbers-----
amicable0=: 3 : 0
NB. Usage: amicable0 284
tmp0=. +/ divisor y
tmp1=. +/ divisor tmp0
y ,tmp0,tmp1 NB. y 2 amicable numbers based on y
)
```

- 示したゾーン内での完全数と友愛数の探索

```
amicable=: 3 : 0
NB. Usage: amicable 1000 5000
'SML LRG'=. y
ZONE=. LRG - SML
ANS=: <'
for_ctr. i. ZONE do.
  tmp=. amicable0 ctr + SML
  if.1 = =/ 0 2 {tmp do. ANS=.ANS,<tmp end.
end.
> }. ANS
)
```

- 計算

```
amicable 1 10000
1 1 1
6 6 6
28 28 28
220 284 220
284 220 284
496 496 496
1184 1210 1184
1210 1184 1210
2620 2924 2620
2924 2620 2924
5020 5564 5020
5564 5020 5564
6232 6368 6232
6368 6232 6368
8128 8128 8128
```

完全数は $y = x$ の線上に並ぶ。友愛数はこの回帰線の上下に現れる。完全数や友愛数にならなかった数の約数の合計を求めると、回帰線の下の方が多。この線の上下を過剰数、減少数と言うこともある。

References

西川先生から教えてもらった *integer* を求める優美なイディオム

```
integer=: (<. = ]) # ]
```

```
integer 1 2 1.7 3.14 4 0 5.25
1 2 4 0
```