JAPLA 研究会資料 2016/5/28

連分数を電卓で計算する話

中野嘉弘 (93 歳と５ケ月の老骨, 2016/5/28)

0. はじめに

いつもお世話になって居る西川会長・志村幹事長に、偶々にはお答え

しなくちゃと書いたもの(文献０)の続報です 。

２年前の西川論文「2014 年の年賀状」(文献１)と昨年の志村論文「剰余

(Residue)を巡って」(文献２)は刺激的でした。

島田論文(文献３)を含めて、既に、私なりに、急ぎ反応してありますが、

若干の追加をトライします。

その後、Yahoo 知恵袋で「ある連分数と黄金分割との関係」(文献４) の

論文を見たせいでもあります。

先ず、前記の西川論文の冒頭に、「連分数、例えば

```
          1
  x =  ----------------
            1
     4 + -----------
              1
        1 + ------
             27
```

の値を普通の小数で表すには、電卓に、逆数キー(R) があれば、

簡単に 27 R + 1 R + 4 R => 0.2014 (トライ R)

の如く、求められる」 とある。

これは面白いと、手持ちの電卓を動員して、トライを始めましたが、

西川先生では無い不敏な私には、微妙に難儀でした。

1. トライの例:

例1) シャープ 関数電卓「ピタゴラス」EL-521 型:

逆数キー R とは [2ndF] [1/x] の事です。

トライ R の結果は、1.287037037 で、0.2014 に非ず。

(補正:後述 2)

例 2) カシオ 関数電卓 fx-3600P 型:

逆数キー R とは [INV] [1/x] の事です。

トライ R の結果は、1.074074074 で、0.2014 に非ず。

例 3) カシオ 関数電卓 fx-180P 型:

逆数キー R とは [INV] [1/x] の事です。

トライ R の結果は、1.287037037 で、シャープ の前例1)の関数電卓

と同じで、0.2014 には非ず。

2. BASIC の関数 INT(整数化)の利用:

電卓以上のポケコン級の小型計算器には、逆数キー[1/x]は無くて、

BASIC 言語でお馴染みの整数化の関数「INT」が用意され居る例が

多いようだ。

例 4) テクサス・インストルメント TI-92 型、
シャープ・ポケコン PC-G811 型、
カシオ・ポケコン VX-2, 3, 4 型:

志村正人幹事長さま(文献 2) 例題 2.1.2 連分数表示の例

105/38 = [2; 1, 3, 4, 1･･･] の例を利用する。

･･････････････････････

105 - [INT](105/38)* 38 の結果は(商 2、余りは 29)

38 - [INT](38/29) * 29 -> 9 (商 1、余り 9)

29 - [INT](29/9) * 9 -> 2 (商 3、余り 2)

9 - [INT](9/2) * 2 -> 1 (商 4、余り 1)

2 - [INT](2/1) * 1 -> 0 (商 2、余り 0)

この結果は、志村論文(文献 2) の p.4 辺りの

表値と合っているようだ。

３．商の整数部･小数部の選び方の別法

カシオの電卓 fx-3900P の取説で見て、fx-4000P 機で実験

した方法を紹介する。　前節の方法より簡単で安定かも？

[Shift][Int](105 / 38) [EXE] -> 2 の如しです。

[Shift][Int](38 / 29) [EXE] -> 1

[Shift][Int](29 / 9) [EXE] -> 3

[Shift][Int](9 / 2) [EXE] -> 4

[Shift][Int](2 / 1) [EXE] -> 2 。

[Shift][Frac](105 / 38) [EXE] -> 0.7631578947、

[Shift][Frac](38 / 29) [EXE] -> 0.3103448276、

[Shift][Frac](29 / 9) [EXE] -> 0.222222222222、

[Shift][Frac](9 / 2) [EXE] -> 0.5、

[Shift][Frac](2 / 1) [EXE] -> 0　 の如しです。

かなりの改善法にはなりましょう！

４．Ｊ言語との比較:

そこで、先ず、同じような事を、電卓でなくて、手慣れたＪ言語

でやれば、

% 4 + (% 1 + (% 27)) -> 0.201439 ･･･(トライＡ) 、

または　 %4 + %1 + %27 -> 0.201439 ･･･ (トライＢ)

で、どちらでも、成功でした。

普通の電卓、ポケコンの場合でも、(トライＡ)の流儀でやれば、どうか?

((27 [2ndF] [1/x] + 1) [2ndF] [1/x] + 4)[2ndF] [1/x]

-> 0.201438837 ...(4) となるので、恐らく、西川会長の当初の予想は

成立するであろう。これは面白い！

（補正：後述（1））

しかし、電卓の「逆数キー」の動作は不確実であるので、2． 節の

[INT]関数か 3.節の整数部[Int]関数の利用の方が勝って居よう。

兎に角、工夫とは面白い事だ。

5． Windows7・アクセサリ電卓が有効

「逆数キー」付きの電卓の購入が面倒ならば、Windows7 の

アクセサリの電卓を利用すれば良い。

1） デスクトップの「スタート」をクリックして、

2）「すべてのプログラム」をポイントし、

3） 「アクセサリ」をポイントして、

4）「電卓」を選択する。

5） 「表示」をクリックすれば、「関数電卓」か「普通電卓」

かが選択出来るが、逆数キー「1/x]は、どちらにもある。

計算は、「画面とマウス」からでも、「キーボード」から

でも可能だ。

「関数電卓」には、演算の「区切り」と「順序」を制御

出来る括弧記号（　 や ） が有るのと、超倍長演算で実行

して呉れる点が有利らしいので、こちらからトライしよう。

成功例を示す。

6） 関数電卓でのトライ：

6a． 括弧技法：

((27 [1/x] + 1)[1/x] + 4)[1/x] の演算の最後の一手は

reciprocal(4.964285714285714185742857142857142857)

で、答えは

0.20143884892086330935251798561151 と(32 桁も)返される。

6b. 等号技法:

27 [1/x] + 1 = [1/x] + 4 = [1/x] で、最後の一手以降

と答えは同じである。

6c. 括弧等号混用法:

(27 [1/x] + 1)[1/x] + 4 = [1/x] で、最後の一手以降

と答えは同じである。 注意すべきは、左右括弧の対応を

キチンと採るべき事である。

7) 普通電卓

括弧が使われないので、上記の 6b.の 等号技法

27 [1/x] + 1 = [1/x] + 4 = [1/x]

だけが可能である。 演算は、

reciprocal(4.964285714285714) が終段で、答えは

0.2014388489208633 と 16 桁である。

8) 計算結果をワードパッドに貼り付けたり、電卓画面の

「編集」を クリックして計算式を電卓に張り付けてから、

実行させる方法も可能そうだが、数値以外では読めない

式もあるので、万能では無い。

同じ論理の下記

「 reciproc(reciproc(reciproc(27)+1)+4)

0.20143884892086330935251798561151 」

が計算式入力で実行出来れば、万歳なのだが、残念 !」

苦しい「むすび」の言葉となった。

しかし、J 言語は使い易いね。電卓を圧倒するのだもの !

「附記」西川会長の(文献1)の、中野の年賀状から、連分数

展開の例[1 ; 2 3 4 5 6 7 8 ･･････････17]

について、上記の電卓の逆数の計算例をトライされたら、得

る処も多い筈と思います。どうぞ !

(後述(1))

行(4)の中の括弧は大切であるが、開き括弧(<を省略し、閉じ括弧)の代用に

等号キー(=)を使っても同じような演算が可能である。

SHARP 電卓 EL-521 型で実証できた

(後述(2))

次の方法でやれば成功します。

27[2nd][1/x]+1=[2nd][1/x]+4=

[2nd][1/x]->0.2014..... と成る

以上の件　志村正人氏からの SHARP 電卓 EL506D 型

による情報を頂き補正の結果が与えられた(2016/07/16)

文　献

0) 中野嘉弘:「ユークリッド互除法 と 連分数 と 近似分数」
JAPLA 研究会資料 2015/Aug/7

1) 西川利男:「J を使った連分数の計算とBessel 関数-
中野先生からの年賀状を 2014 年の仕事始めに」
JAPLA 研究会資料 2014/Jan/18

2) 志村正人:「剰余(Residue) を巡って」
JAPLA 研究会資料 2015/Sep/11

3) 島田義弘 :「漸化式と行列と連分数(ベッセル関数を例に)」
JAPLA 研究会資料 2014/Apr/19

4) Yahoo 知恵袋(数学カテゴリー) xktz9635 さん 2016/3/17 :

「フィボナッチ数の正則連分数はこんな形ですか?　解説お願い」

回答 1) bwqen さん:黄金比(1+√(5))/2 になるでしょうね。

回答２) 中野さん:整数比 734/434 の連分数展開を採ってでも、

同じ事 [1; 1, 2, 3, 5, 8･･･] (の逆数)に収まりそうです。