

講演発表資料

日本技術史教育学会 2014 全国大会
豊橋技術科学大学 2014/10/25

カオス（非線形現象）をもっと身近に

ローレンツ・カオスの 3D グラフィックス

西川 利男
(日本 A P L 協会, JAPLA)

数式モデルを立てる

日本科学未来館で

「1たす1が2じゃない世界」

展示を見てみよう

WMiraikan''



数式モデルを立てる

自然界、山や川、動物、植物

天候、気象

地震、災害、環境

医療、交通、経済活動

数式モデルの重要性

- ・数量による測定
- ・数式化
- ・計算、コンピュータ処理

これをベースとして

人間生活に役立てる

天文学の歴史からカオスの現象へ

天動説 … 太陽、月、星は地球の周りを回る

地動説 … 太陽の周りを地球など惑星が回る

科学者たち

- ・コペルニクス
- ・ケプラー
- ・ガリレオ
- ・ニュートン

力学と微分方程式

初期状態が決まれば、
未来の現象はすべて予測できる

……時計じかけの宇宙

天文学の歴史からカオスの現象へ

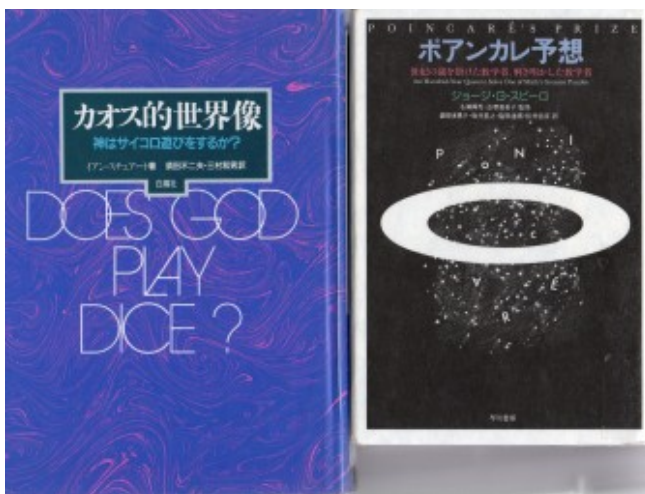
- ・オイラー、ラグランジュ
力学の3体問題
- ・ラプラス
月や惑星の異常な運行
- ・ポアンカレ
天体の動きは予測できない
時計じかけの宇宙観への危機！
……カオス現象の存在

Nina Hall ed.
 "The New Scientist Guide To Chaos"
 Penguin Books(1992).
 宮崎 忠 訳「カオスの素顔」講談社(1995).
 WChaos ''



Ian Stewart, 須田不二夫、三村和男訳
 「カオス的世界像」白揚社(1993).
 WPoincare ''

George Szpiro,
 永瀬輝男、志摩亜希子監修
 「ポアンカレ予想」早川書房(2007).



振り子のいろいろな運動

単振り子

振れ角が小さいとき

$$\text{周期 } T = 2\pi\sqrt{l/g}$$

運動は調和振動になり初等力学で解ける

振れ角が一般のとき

周期 T は第1種楕円積分を含んだ式

$$T = 2\pi\sqrt{l/g} K(k)$$

運動は楕円関数 $\text{sn}(x, k)$ となる。

そのようすを見るには:

WNonlinear ''

2重振り子

運動は計算では予測できない!

…カオスとなる

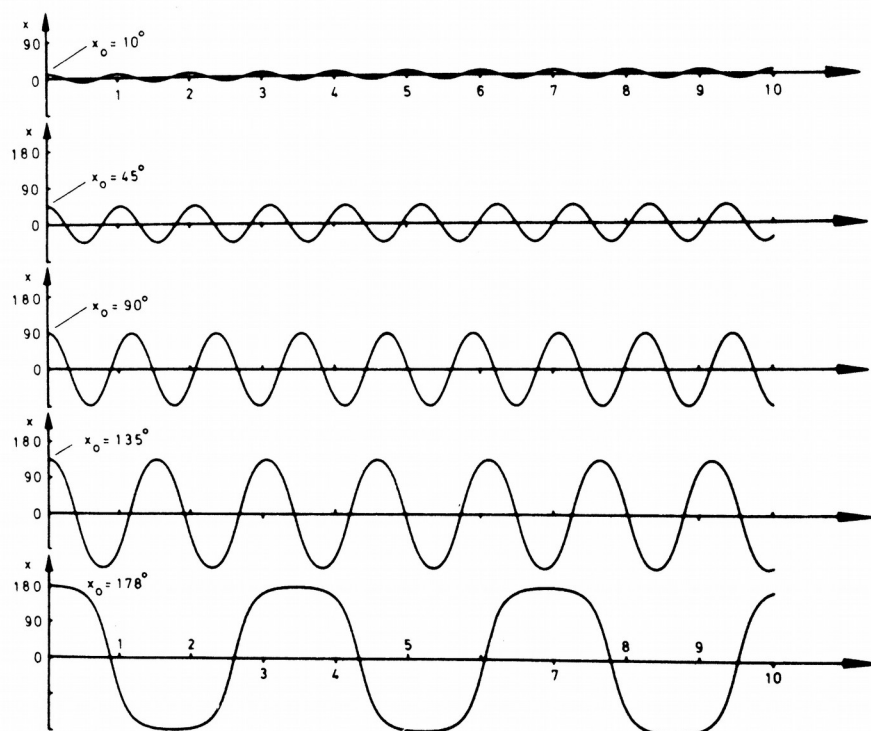


図 27 非線形振り子の波形：小さな振幅の振動のみが三角関数的である。(John Wiley & Sons Ltd. 提供)

数値気象学

ローレンツの式によるカオス

くわしくは

WLorenz ’’

カオスを示す微分方程式系

・ローレンツの乱流モデルの式

式の意味：山口昌也「カオスとフラクタル」p. 89-90, ブルーボックス(1994).

$x(t)$ 対流の強さ、

$y(t)$ 対流で上下する二つの流れの温度差

$z(t)$ 上下方向の温度分布の線形性からのずれ

s プラントル数

r 容器の形

b 流体の性質

$$\frac{dx}{dt} = -sx - sy \quad \text{ここで}$$

$$\frac{dy}{dt} = -xz + rx - y \quad s = 10, r = 28, b = 8/3$$

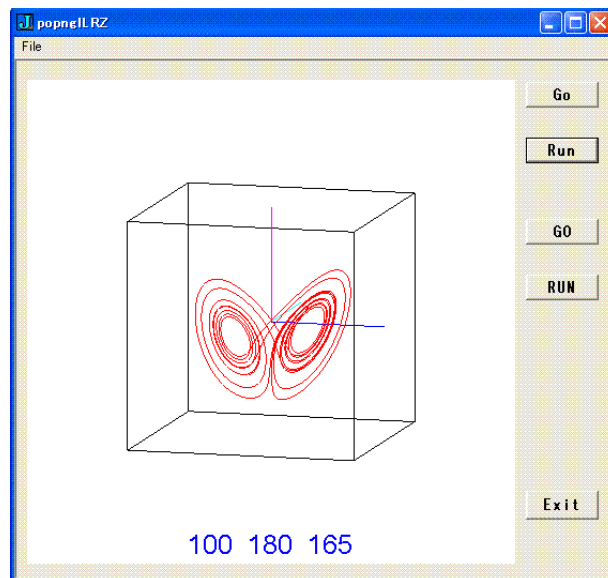
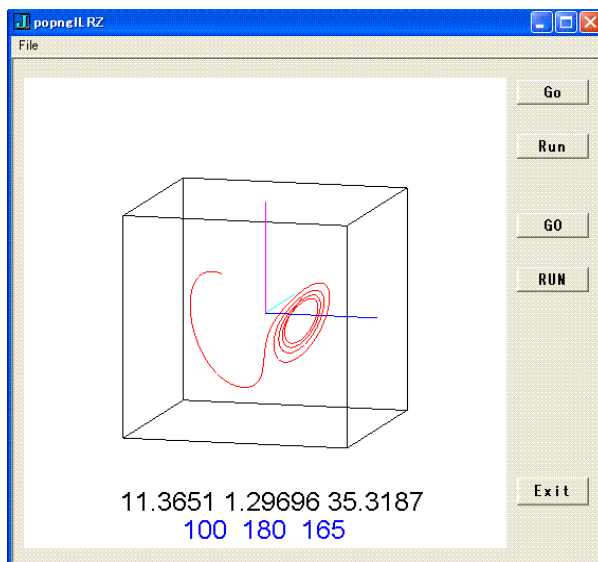
$$\frac{dz}{dt} = xy - bz$$

ローレンツ・カオスのグラフィックス

実行するには

```
load Path, '¥j402¥user¥opgl_n_chaos. ijs'
```

```
run init
```



おわりに

線形 理想のモデル
数学、物理の教科書の中だけの世界

非線形 現実の実世界
自然現象
気候
地震
医療
環境
社会

月食は秒単位まで予測できるのに
その観測をじゃまする雲の動き、天候は予測できない！

イアン・スチュアートは
一般の微分方程式を「非線形」と呼ぶのは
動物学を「非ゾウ学」と呼ぶようなものだ
とおもしろおかしく言っている。