

曲線のグラフィックス (J6 版)(未定稿)

SHIMURA Masato
JCD02773@nifty.ne.jp

2012 年 7 月 21 日

目次

第 1 章	2 次曲線	5
1.1	基本形 (中内による)	5
1.2	J-plot のデモから	13
第 2 章	3 次曲線	15
2.1	基本形 (中内による)	15
2.2	J-plot のデモから	17
第 3 章	曲面	19
3.1	基本形 (中内による)	19
.1	fvj3 のインストール	24

J のグラフィックスと plot

J にはビジネス/サイエンスグラフを描く高機能な plot があり、3 次元グラフや複素数のガウス座標が簡単に描ける。plot は isigraph の上に築かれているので当然 isigraph にも 3 次元や複素数の機能があると思いがちで有るが、isigraph の機能は実にシンプルであり、自分で構築する部分が多い。

ここでは C.Reiter のアドオン *fvj3* を用いることとする。C.Reiter の *Fractal Visualization and J* に用いられた *fvj3* は簡単な 3D グラフィックスと *OpenGL* の機能を有しており、*Script* を追加していけば *isigraph* による 3D グラフィックスへの近道である。

第 1 章

2 次曲線

1.1 基本形 (中内による)

まず、中内伸光「じっくり学ぶ曲線と曲面」共立出版 2005 の中から 2 次曲線を選び描いてみよう。

isigraph を簡単に描くため *popup_dline2* を作成する

```
popup_dline2=: 3 : 0
tmp=. 2# 1.15 * ; |. find_maxmin0 y
tmp dwin ''
0 0 0 dline2 y
)
```

左引数 (x) の (a, b) はスケールパラメーターである。

1.1.1 懸垂線 catenary

数式 .

$$C(t) = \left(t, a \cosh \frac{t}{a} \right)$$

$$(a > 0)$$

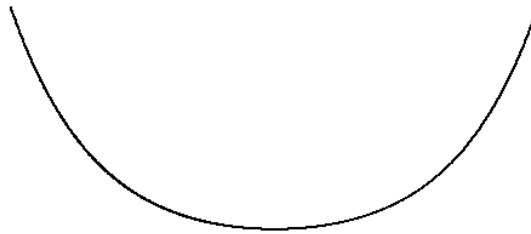
Script .

```
calc_catenary=: 4 : 0
NB. popup_dline2 2 calc_catenary steps _2p1 2p1 1000
'a t'=. x; y
(x * y),. cosh y % x
)
```

operate -2π から 2π まで。左引数 (x) の 2 はスケールパラメーター

```
popup_dline2 2 calc_catenary steps _2p1 2p1 1000
```

figure .



1.1.2 螺旋 spiral

アルキメデス螺旋である。

数式 .

$$C(t) = (at \cos t, at \sin t)$$

$$a > 0)$$

Script/Explicit .

```
calc_spiral=: 3 : 0
t=. y
(t * cos t),. t * sin t
)
```

Script/Tacit *tacit*(陰表示)で定義。引数は明示していない

```
calc_spiral_t=: (* cos ) ,. (* sin)
```

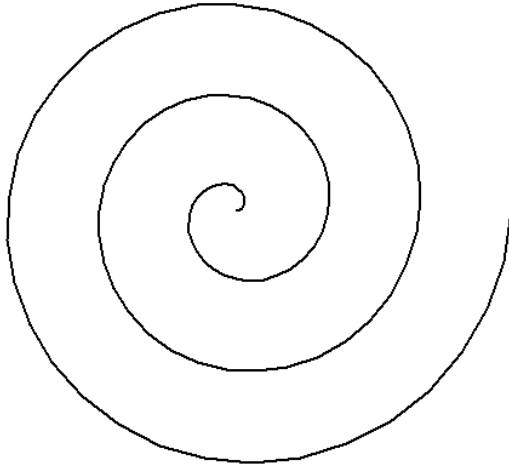
operate 0から 6π まで

```
popup_dline2 calc_spiral steps 0 6p1 100
```

plot *plot*で描く

```
plot { |: calc_spiral_t steps 0 6p1 100
```

figure .



1.1.3 対数螺旋 logarithmic spiral

ベルヌイ螺旋である

数式 .

$$C(t) = ae^{bt} \cos t, ae^{bt} \sin t$$

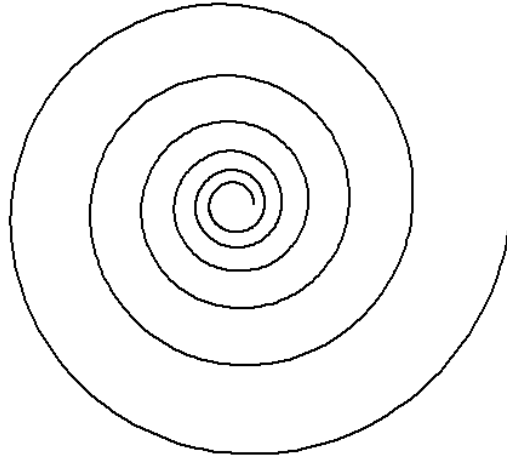
Script .

```
calc_log_spiral=: 4 : 0
NB. (t* cos t);t * sin t
'a b'=. x
t=. y
(a* (1x1^b*t) * cos t),. a *(1x1^b*t)* sin t
)
```

operate -6π から 6π まで。 b は渦巻きの幅で小さくすると細巻きになる

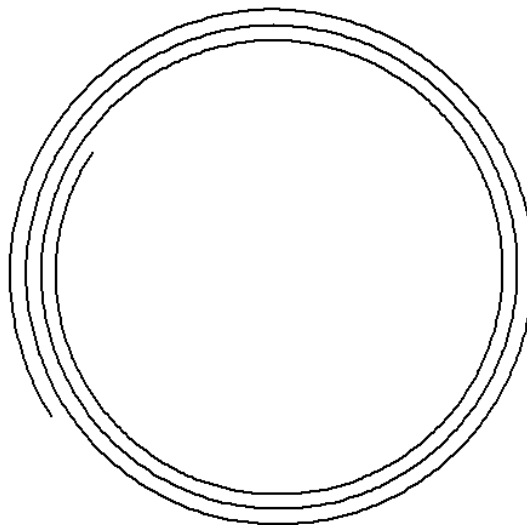
```
popup_dline2 0.01 0.07 calc_log_spiral steps _6p1 6p1 1000
```

figure .



enjoy some variaron .

```
popup_dline2 1 0.01 calc_log_spiral steps _6p1 6p1 1000
```



双曲螺旋 hyperbolic spiral

数式 .

$$C(t) = \left(\frac{a}{t} \cos t, \frac{a}{t} \sin t \right)$$

Script .

```
calc_hyper_spiral=: 4 : 0
```

```
NB. usage: popup_dline2 100 calc_hyper_spiral steps 3 50 10000
```

```
a =. x
```



```

t=. y
Param=. a % t
(Param * cos t),. Param * sin t
)

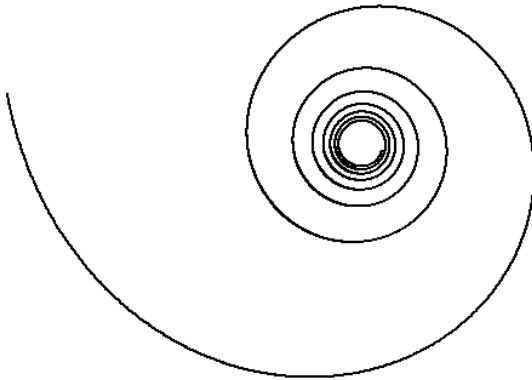
```

operation *steps* は π から $2\pi^3$ までとした

```

popup_dline2 1 calc_hyper_spiral steps 1p1 2p3 1000
figure .

```



1.1.4 アステロイド asteroid

数式 .

$$C(t) = (a \cos^3 t), a \sin^3 t$$

陰関数では

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$$

Script .

```

calc_asteroid=: 4 : 0
a=. x
t=. y
(a * ^&3 cos t) ,. a * ^&3 sin t
)

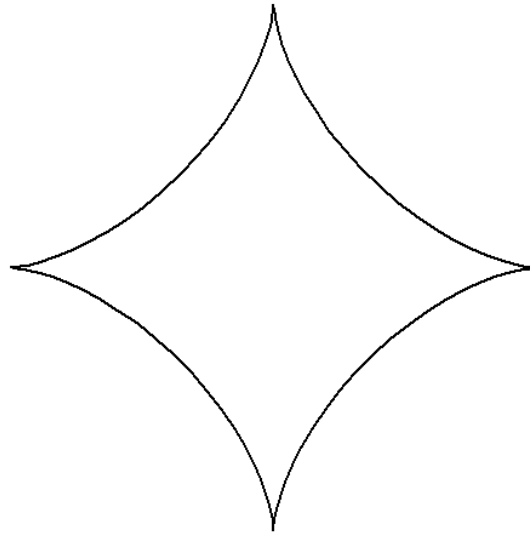
```

operation 0 から 2π まで

```

popup_dline2 1 calc_asteroid steps 0 2p1 100
figure .

```



1.1.5 トロコイド trochoid

円盤を立てて転がしたときに円盤状の一転が描く軌跡
数式 .

$$C(t) = (at - bsint, a - bcost)$$

1 (a>b) popup_dline2 2 1 calc_asteroid steps _3p1 3p1 1000



2 (a = b) の場合はサイクロイドという
popup_dline2 1 1 calc_asteroid steps _3p1 3p1 1000



3 (a,b>0)

```
popup_dline2 1 2 calc_asteroid steps _3p1 3p1 1000
```



1.1.6 カージオイド cardioid

数式 .

$$C(t) = (a(1 + \cos t)\cos t, a(1 + \cos t)\sin t)$$

陰関数表示では

$$(x^2 + y^2 - ax)^2 = a^2(x^2 + y^2)$$

Script .

```

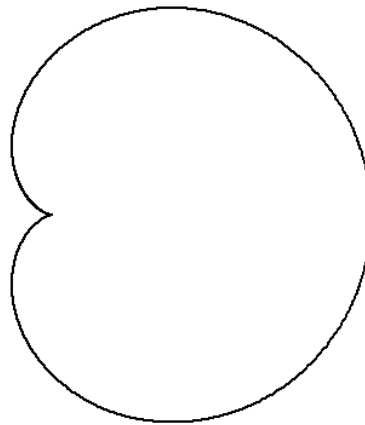
calc_cardioid=: 4 : 0
t=. y
a=. x
((a* (>: cos t)* cos t)),. a *(>: cos t) * sin t
)

```

```
operation 0 to 2π popup_dline2 1 calc_cardioid steps 0 2p1 1000
```

この絵では *steps* 6.3 で右の弧が繋がった

figure .



1.1.7 楕円

数式 .

$$C(t) = a \cos t, b \sin t$$

Script .

```

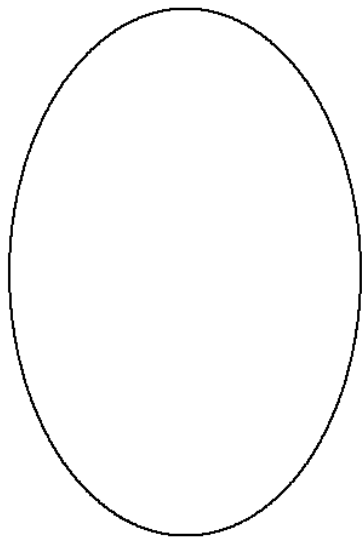
calc_ellipse=: 4 : 0
'a b'=. x
t=. y
(a * cos t),. b * sin t
)

```

$a = b$ では円になる

operation .

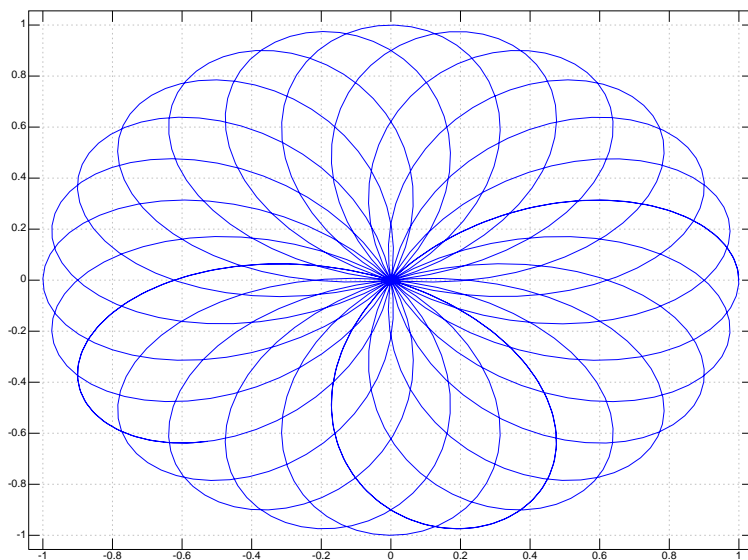
```
popup_dline2 2 3 calc_ellipse steps 0 2p1 1000
```



1.2 J-plot のデモから

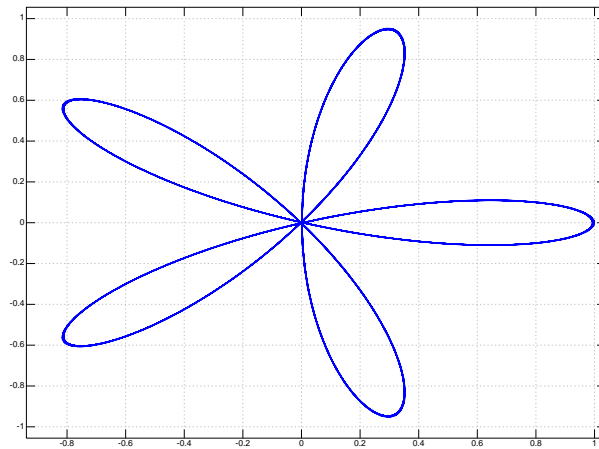
1.2.1 (0) $N \times \cos X$

```
'polar 1 ' plot (cos x * 12r7); x=. steps 0 48 1000
```



- 極座標に変換して描いている
- 12 は花弁数。12r7 を変えると色々な図形が楽しめる

```
'polar 1 ' plot (cos x * 5); x=. steps 0 48 1000 で 5 弁の花
```



1.2.2 (1) butterfly

- $i:16j100$ の両側へ、始終点は $-16,16$ で 10 個の連続した t

```
i: 16j10
```

```
_16 _12.8 _9.6 _6.4 _3.2 0 3.2 6.4 9.6 12.8 16
```

- 極座標で描く

```
'polar 1' plot jdemo_butterfly ''
```

- Script

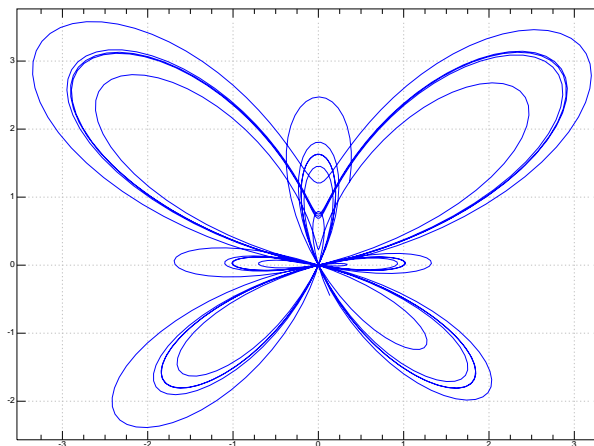
```
jdemo_butterfly=: 3 : 0
```

```
t=: i:16j1000
```

```
y=.(^ cos t)-(+:cos 4*t)-(sin t %12)^5
```

```
y;t + 1r2p1
```

```
)
```



第 2 章

3 次曲線

2.1 基本形 (中内による)

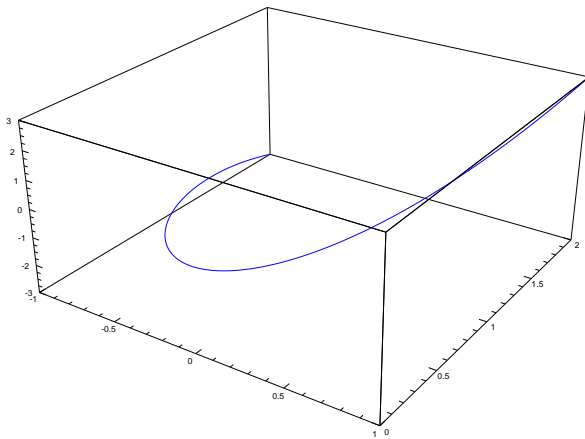
2.1.1 空間曲線 (1)

数式 .

$$C(t) = (at, bt^2, ct^3)$$

$$(a, b, c > 0)$$

plot plot { |: 1 2 3 calc_3d0 steps _1 1 100



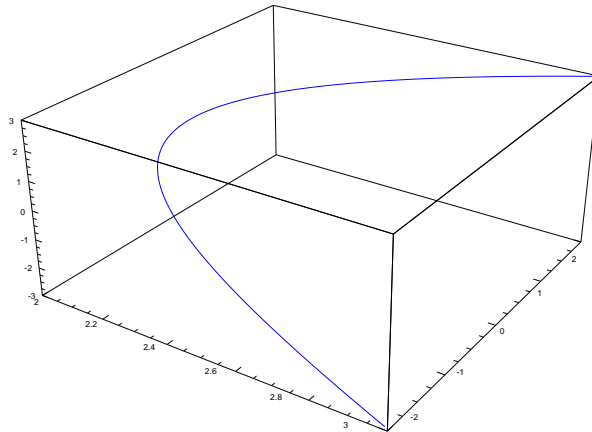
2.1.2 双曲的常螺旋 hyperbolic ordinary helix

数式 .

$$C(t) = (a \operatorname{acosht}, a \operatorname{asinht}, bt)$$

$$(a, b > 0)$$

plot plot { |: 2 3 calc_3dhyper steps _1 1 100



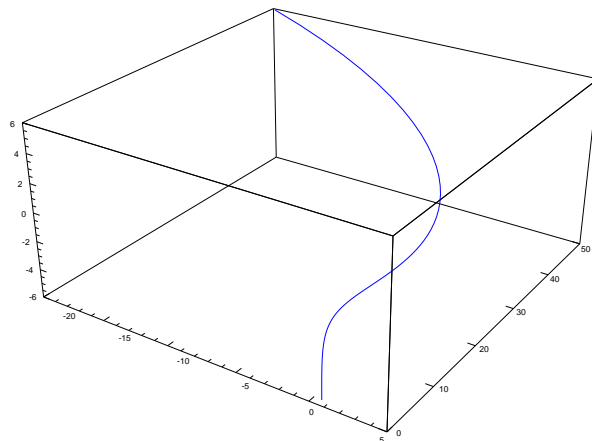
2.1.3 空間曲線 (2)

数式 .

$$C(t) = (ae^{bt}\cos t, ae^{bt}\sin t, ct)$$

$$(a, b, c > 0)$$

plot plot { |: 1 2 3 calc_3d1 steps _2 2 100



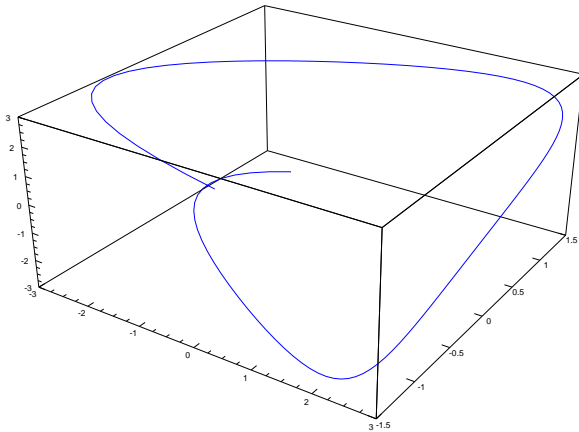
2.1.4 空間曲線 (4)

数式 .

$$C(t) = (a\cos^2 t, a\sin t\cos t, a\sin t)$$

$$(a > 0)$$

plot plot { |: 3 calc_3d1 steps _2 2.2 100



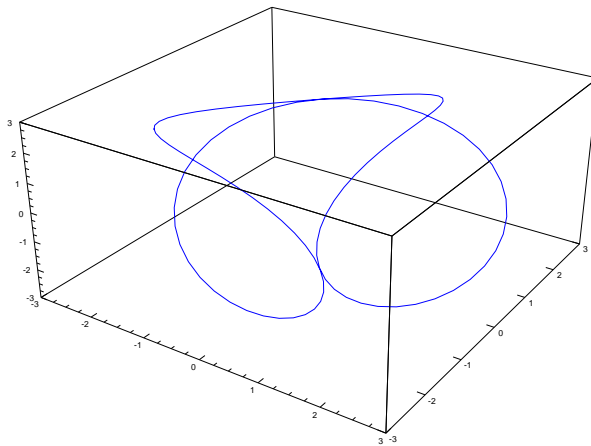
2.1.5 空間曲線 (5)

数式 .

$$C(t) = (\text{acos}kt\text{cost}, \text{acos}kt\text{sint}, \text{asinkt})$$

($a > 0$), k は正の整数)

plot plot { |: 2 3 calc_3d1 steps _3 3.3 100



2.2 J-plot のデモから

2.2.1 スティック

Script .

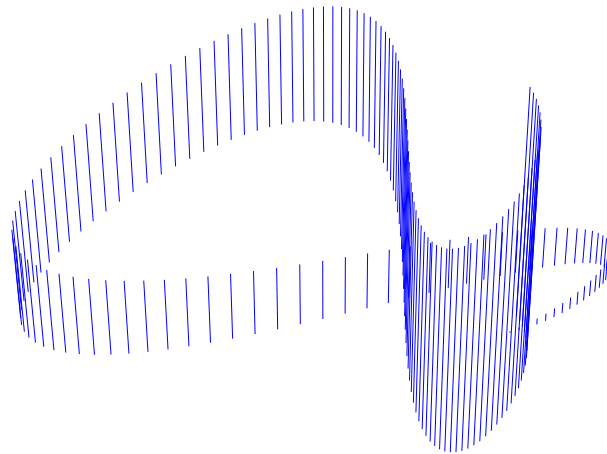
```

jdemo_3dstick=: 3 : 0
NB. 'stick' plot jdemo_3dstick ''
u=: steps 0 6.5 150 NB. n = 151
r=: sin steps 1r10p1 9r10p1 150
X=: r * cos u

```

```
Y=. r * (sin * cos) u  
Z=. 1r10 * u  
X;Y;Z  
)
```

operation Z軸に *stick* が立ち、高さが表現できる 'stick;noaxes' plot jdemo_3dstick ''



第 3 章

曲面

3.1 基本形 (中内による)

3.1.1 球面 sphere

数式 .

$$S(u, v) = \begin{pmatrix} r \cos u \cos v \\ r \cos u \sin v \\ r \sin u \end{pmatrix}$$

$$\left(-\frac{\pi}{2} \leq u \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq v \leq 2\pi \right)$$

陰関数表示

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

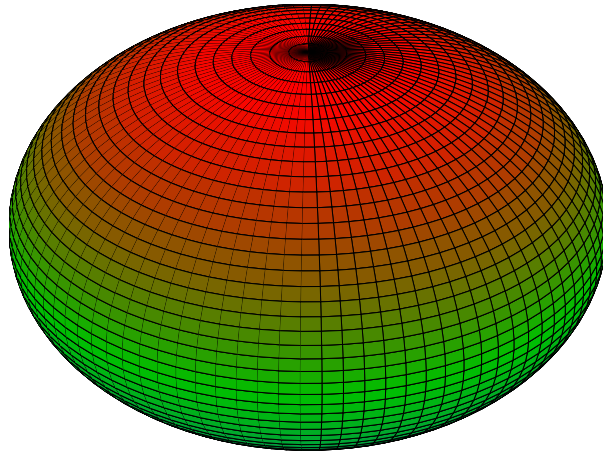
Script *J* の *plot* のデモを参照した。

```
calc_sphere=: 4 : 0
  r =. x
  'u v'=. y NB. f(x,y)
  X=. r* (cos u)* / cos v
  Y=. r* (cos u)* / sin v
  Z=. r* (sin u) + / v * 0
  X;Y;Z
)
```

plot 'noaxes' plot 1 calc_sphere (steps 0 2p1 100);steps 0 2p1 100

plot はスケールを自動調整する。厳密に描くには *xyz* のスケールを指定する。

noaxes で各軸のスケールが消える



3.1.2 楕円 ellipsoid

数式 .

$$S(u, v) = \begin{pmatrix} a \cos u \cos v \\ b \cos u \sin v \\ c \sin u \end{pmatrix}$$

$$\left(-\frac{\pi}{2} \leq u \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq v \leq 2\pi\right)$$

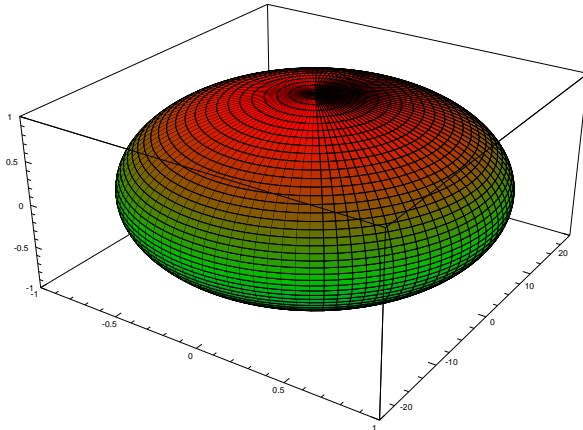
陰関数表示

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Script .

```
calc_ellipsoid=: 4 : 0
'a b c' =. x
'u v'= . y NB. f(x,y)
X=. a* (cos u)* / cos v
Y=. b* (cos u)* / sin v
Z=. c* (sin u) + / v * 0
X;Y;Z
)
```

```
plot plot 1 24 1 calc_ellipsoid (steps 0 2pi 100);steps 0 2pi 100
```



3.1.3 一葉双曲面 hyperboloid of one sheet

数式 .

$$S(u, v) = \begin{pmatrix} a \cosh u & \cos v \\ b \cosh u & \sin v \\ c \sinh u & \end{pmatrix}$$

$$(u \geq 0, 0 \leq v \leq 2\pi)$$

陰関数表示

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Script .

```

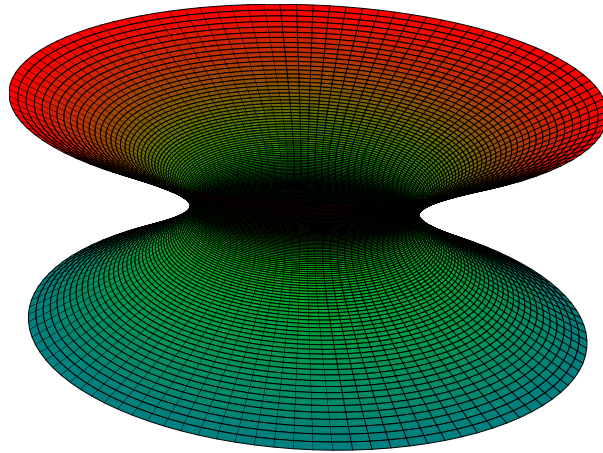
calc_hyperboloid=: 4 : 0
'a b c' =. x
'u v'= . y NB. f(x,y)
X=. a* (cosh u)* / cos v
Y=. b* (cosh u)* / sin v
Z=. c* (sinh u) + / v * 0
X;Y;Z
)

```

```

plot 'noaxes' plot 1 24 1 calc_hyperboloid (steps _1r2p1 1r2p1 100);steps 0 2p1 100

```



3.1.4 二葉双曲面 hyperboloid of two sheet

数式 .

$$S(u, v) = \begin{pmatrix} a \sinh u \cos v \\ b \sinh u \sin v \\ c \cosh u \end{pmatrix}$$

$$(u \geq 0, 0 \leq v \leq 2\pi)$$

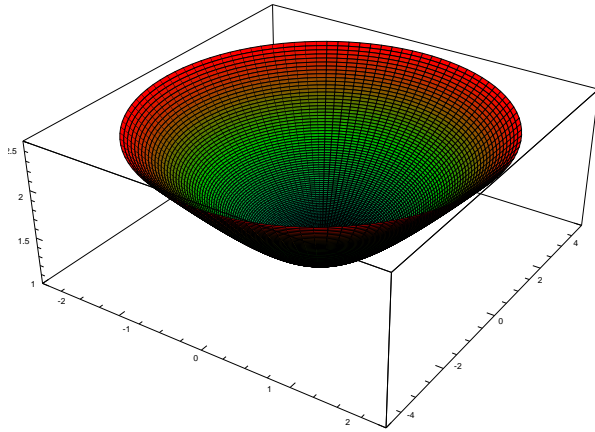
陰関数表示

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Script .

```
calc_hyperboloid2=: 4 : 0
'a b c' =. x
'u v'= . y NB. f(x,y)
X=. a* (sinh u)* / cos v
Y=. b* (sinh u)* / sin v
Z=. c* (cosh u) + / v * 0
X;Y;Z
)
```

```
plot 'noaxes' plot 1 24 1 calc_hyperboloid (steps _1r2p1 1r2p1 100);steps 0
2 葉の下面を描くパラメーターが見つからない
```



.1 fvj3 のインストール

J の *Run/Packand Manager* で、*graphic/fvj3* にチェックをいれて *DL* する。
<http://www.jsoftware.com> から *DL* できる。(多少煩瑣なので先の方法を推奨する)

Showcase/JAL を開き、*J* のバージョンをあわせると、*addon* の一覧が出る。ここから、このページの一番最後に *DL* 先が出てくるので、使用している *PC* の *OS* 毎に *FTP* のリストが出てくる。*DL* して解凍して *J* の *addon* のフォルダに入れる。

References

中内伸光「じっくり学ぶ曲線と曲面」共立出版 2005