

タートルグラフィックスをJで(3) ペンローズの寄せ木

SHIMURA Masato
jcd02773@nifty.ne.jp

2011年9月22日

目次

1	ペンローズの寄せ木	2
2	マッケイの寄せ木	7

概要

Jにタートルグラフィックスの機能が備わっている。これを用いて正5角形から正8角形までの埋め尽くしの図を描いた。今回はペンローズの寄せ木を描く
最初に種の図形を描き、拡大再生産方式で左又は右巻きの渦巻きで塗りつぶしていく。

はじめに

伏見・安野・中村「美の幾何学」に紹介されている正五角形を基にした二種類の四角形で平面を埋め尽くすペンローズの寄せ木とマッケイの寄せ木を描く。^{*1}

オックスフォードの物理学者ペンローズの若い頃の作品であるが、2007年には中世建築のアラバスクの幾何学模様がペンローズタイルで構成されていることが判明した。

0.1 テキストの共通略記法

ペンローズの寄せ木は一個の平行四辺形から2辺の四辺形を切り出す。マッケイは2個の平行四辺形を用いて寄せ木をつくる。辺の長さはペンローズが2種類、マッケイは1種類である。組み合わせは多岐にわたるが、共通項も多いので次の略記を用いる。

^{*1} ペンローズタイルと呼ばれる。組み合わせパーツの個数により何種類かの図案がある

```

NB. ----parts-----
F1=: ' fd 1'
Fr=: ' fd r36'
B36r=: ' bk r36 rt 36'
NB. -----
R361=: ' rt 36 fd 1'
R36r=: ' rt 36 fd r36'
R721=: ' rt 72 fd 1'
R72r=: ' rt 72 fd r36'
R1081=: ' rt 108 fd 1'
R108r=: ' rt 108 fd r36'
R1441=: ' rt 144 fd 1'
R144r=: ' rt 144 fd r36'
R1801=: ' rt 180 fd 1'
R180r=: ' rt 180 fd r36'

NB. -----
L361=: ' lt 36 fd 1'
L36r=: ' lt 36 fd r36'
L721=: ' lt 72 fd 1'
L72r=: ' lt 72 fd r36'
L1081=: ' lt 108 fd 1'
L108r=: ' lt 108 fd r36'
L1441=: ' lt 144 fd 1'
L144r=: ' lt 144 fd r36'

r36 =  $\frac{\sin 36}{\sin 108} = 0.618034$ 

```

次はタートルグラフィックスで正10角形を描くスクリプトである。

```
pen10=: repeat 10 ; ' rt 36 fd r36' NB. 10gon
```

- テキスト展開を重ね、最後に纏めて数値変換する。
- テキストを続けて展開するときは、接続するテキストがくっつかないように前方のクオートとテキストの間に一個スペース () が必要である。
- テキスト展開でも図形が複雑になると読解が煩瑣になるので、略記を用いた方が規則を掴み易い

これだと正10角形は次のようになる

```
pen10=: repeat 10 ; R36r
```

0.2 save

画像のセーブ方法は幾通りかある

```
emf形式    save '/temp/foo.emf'
Clipboard  clip''
```

画像を取り込むときは画面が小さいときのほうが鮮明になるので印刷するときは他のソフトで引き伸ばしたほうが良く教育用や塗り絵にも十分活用できる

1 ペンローズの寄せ木

ペンローズは一個の平行四辺形から2辺の図形を切り出す。マッケイは2個の平行四辺形を用いて寄せ木をつくる。辺の長さはペンローズが2種類、マッケイは1種類である。

1.1 2個のパーツ

次の2のパーツでペンローズの寄せ木のパーツを作る。

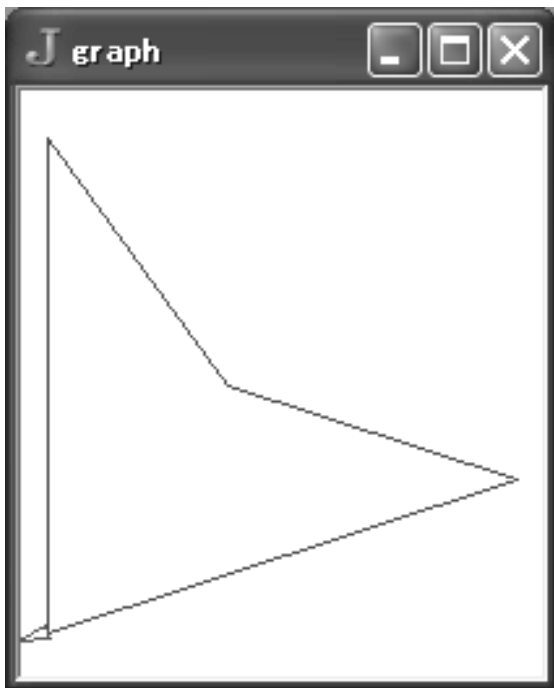


図 0 (ダーツ)

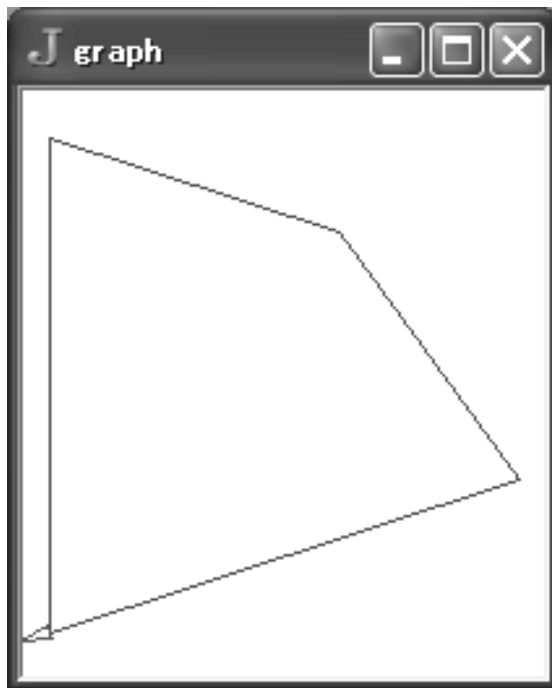
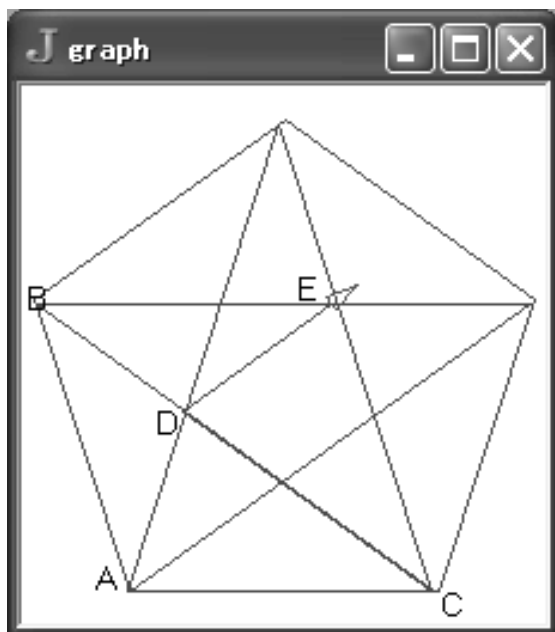


図 1 (カイト)

図0と図1は次の正5角形の中の平行四辺形から切り出している

説明図の作成 幾何の図形の作図はいささか面倒



正5角形の内角 正5角形の内角は

```
figure_explain=: 0 : 0
point 0
lt 18 fd 1 point 1
rt 72 fd 1 rt 72 fd 1 rt 72 fd 1 point 2
rt 72 fd 1 point 3
rt 144 fd 1.6 lt 144 fd 1.6 lt 144 fd 1.6
rt 144 fd 1 rt 108 fd 1.6 rt 144 fd 1.6
rt 144 fd 1 point 4
rt 108 fd 0.6 point 5
)
point_explain=: 3 : 0
show figure_explain
label 0
label 1 0.05 0 ;2; 'B'
label 2 0.05 _0.05 ;1; 'C'
label 3 _0.05 0.05 ;2; 'A'
label 4 _0.05 _0.05 ;1; 'D'
label 5 _0.05 0.05 ;2; 'E'
addlabels''
)
```

$$\frac{540}{5} = 108$$

平行四辺形から切り出す 平行四辺形 A B C D を D で切断すると図 0 と図 1 が得られる。

辺の長さ 長辺は 1、短辺は正弦定理により求める

辺 AD,DE の長さは正弦定理で求める。平行四辺形の各辺を 1 とすると

$$\frac{\sin 108}{1} = \frac{\sin 36}{x}$$

$$x = \frac{\sin 36}{\sin 108} = 0.618034$$

2 辺の角度 .

図 0 (A B D E) は $36^\circ, 36^\circ, 72^\circ, 216^\circ$ 長辺 1 短辺 0.618034 である

図 1 (A C D E) は $72^\circ, 72^\circ, 72^\circ, 144^\circ$ 長辺 1 短辺 0.618034 である

1.2 ブロック

図 0、図 1 のパーツを 5 個集めると次のブロックになる。このブロックに次の小ブロックをあわせて組んでいく

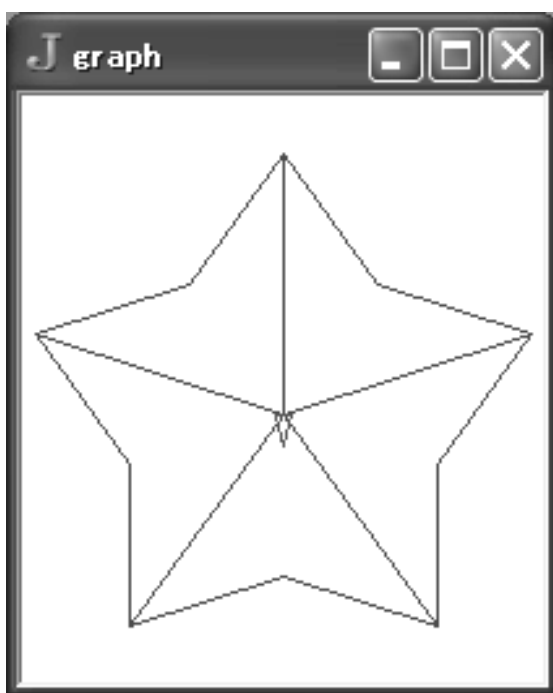


図 0 を 5 個あわせた 10 角形

circ_0=: pen01,(repeat 4 ; pen02) NB. zu 0 stand alone

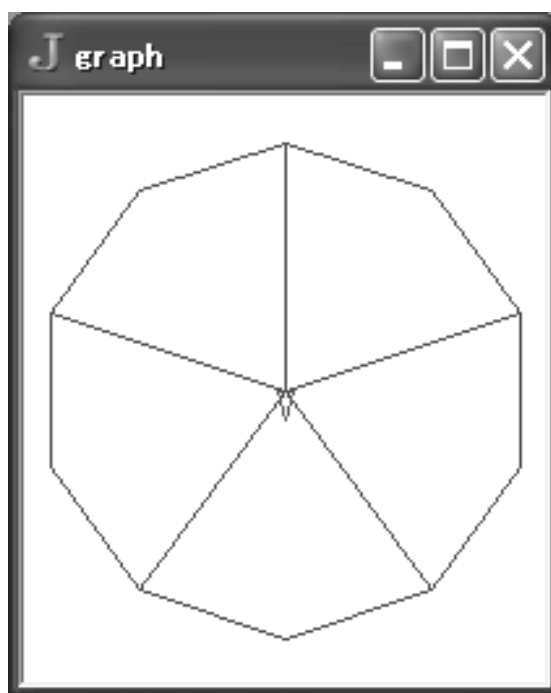
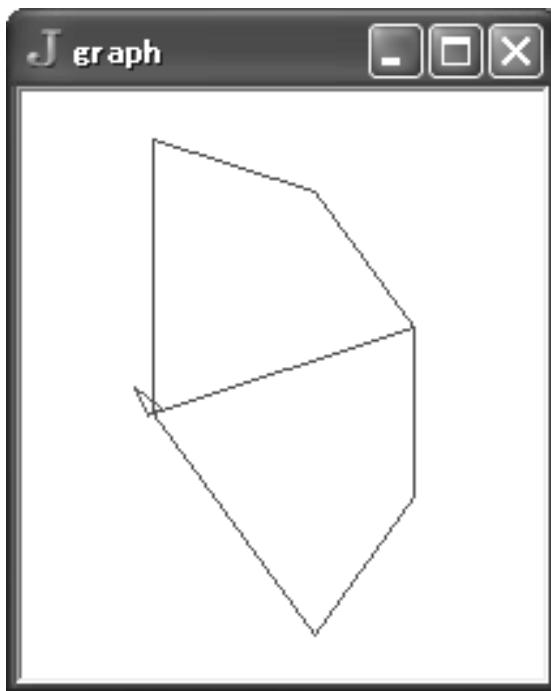


図 1 を 5 個あわせた 10 角形

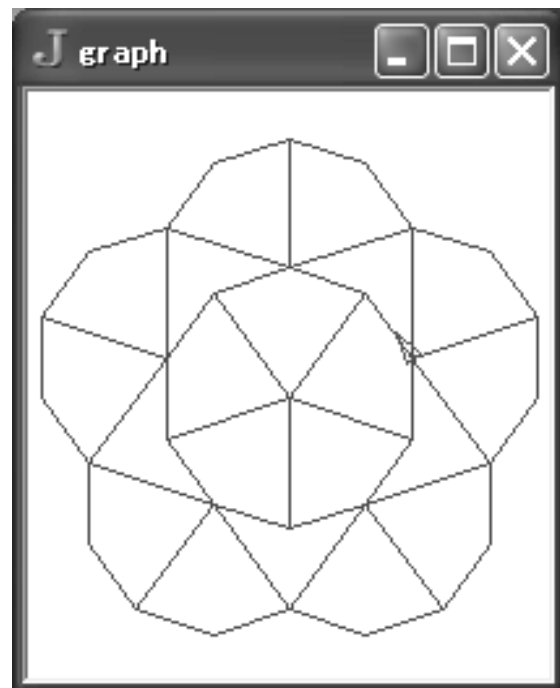
circ_1=: pen11,(repeat 4 ; pen11) NB. zu 1 stand alone

図 0 のパーツと図 1 のパーツを組み合わせ、ブロック 0、ブロック 1 の前におく

組上げの最初のサンプル ペンローズ2 0



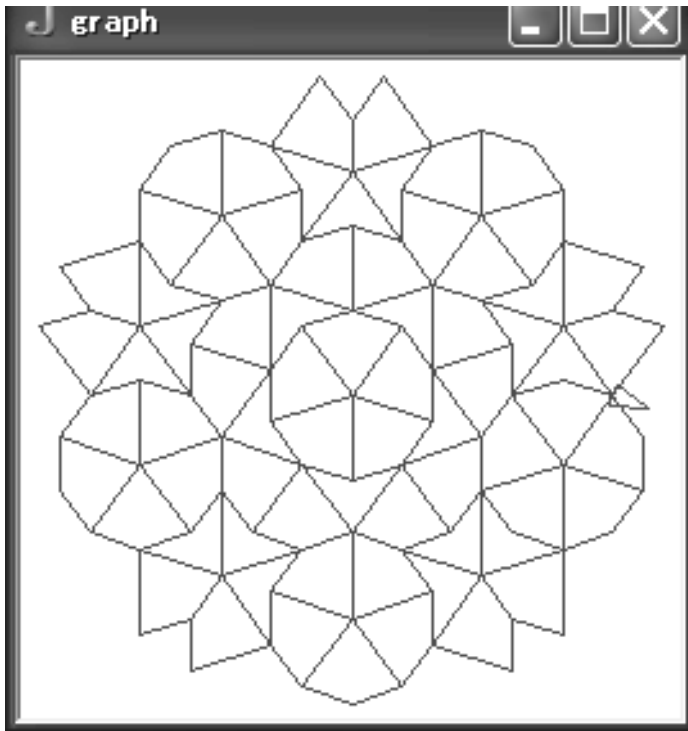
arc.2=: F1, p11, R1801, p11



pen.20=: circ_1,watari_0,arc_2, (repeat 4 ; watari_1,arc_2)

1.3 show

ペンローズ 50 個



```
pen_50=: pen_20, watari_2, circ_11, circ_01x, repeat 4; (B36r, circ_12, watari_3, circ_01x)
```

1.4 部品の作成

タートルグラフィックスのロード .

```
require 'turtle'
```

正弦定理 正弦定理にり斜辺の長さを求める

```
NB. rfd dfr is already setting in turtle
```

```
SIN=: 1&o.@ rfd
```

```
r36=: (SIN 36) * % SIN 108 NB. sin law // sin theta1/L1 = sin theta2/L2
```

正 10 角形 . s10=: repeat 10 ; ' rt 36 fd r36' NB. 10gon

幾つかの組み合わせ .

```
NB. -----
```

```
p01=: R144r, L36r , R144l
```

```
p11=: R108r , R36r, R108l
```

```
p12=: R108l, R108r
```

```
p13=: , R36r, R108l, R180l, R108r
```

```
p14=: R36r, R108l, R108l, L108l
```

```
NB. -----
```

```
NB. figure 0
```

```
pen01=: F1, p01
```

```
pen02=: R180l , p01
```

```
NB. figure 1
```

```
pen11=: R180l , p11
```

オブジェクト .

```

NB. -----object-----
circ_0=: pen01,(repeat 4 ; pen02) NB. zu 0 stand alone
NB. -----
circ_1=: pen11,(repeat 4 ; pen11) NB. zu 1 stand alone
circ_11=: L36r,R36r,R1081,R1081,R1801,L1081,R108r,p13,p13,p13,R36r
circ_12=: L36r,R36r,R1081,R1081,R1801,L1081,R108r,p13,p13,R36r,R1081
NB. -----figure 0/1-mix-----
circ_01x=: L1441,L1081,p12,R36r,R180r,p14,L144r,R36r
NB. Arc of figure 1
arc_2=: F1, p11, R1801, p11

```

渡り 渡りのパーツ

```

NB. -----watari-----
watari_0=: R361 ,L108r NB. ' rt 36 fd 1 lt 108 fd r36'
watari_1=: Fr,L36r NB. ' fd r36 lt 36 fd r36'
watari_2=: R1801,R36r , ' lt 144'
watari_3=: R1081,R108r

```

show ペンローズの寄せ木 20,50 ブロック

```

NB. -----show-----
pen_20=: circ_1,watari_0,arc_2, (repeat 4 ; watari_1,arc_2)
pen_50=: pen_20, watari_2,circ_11,circ_01x,repeat 4;(,B36r,circ_12,watari_3,circ_01x)

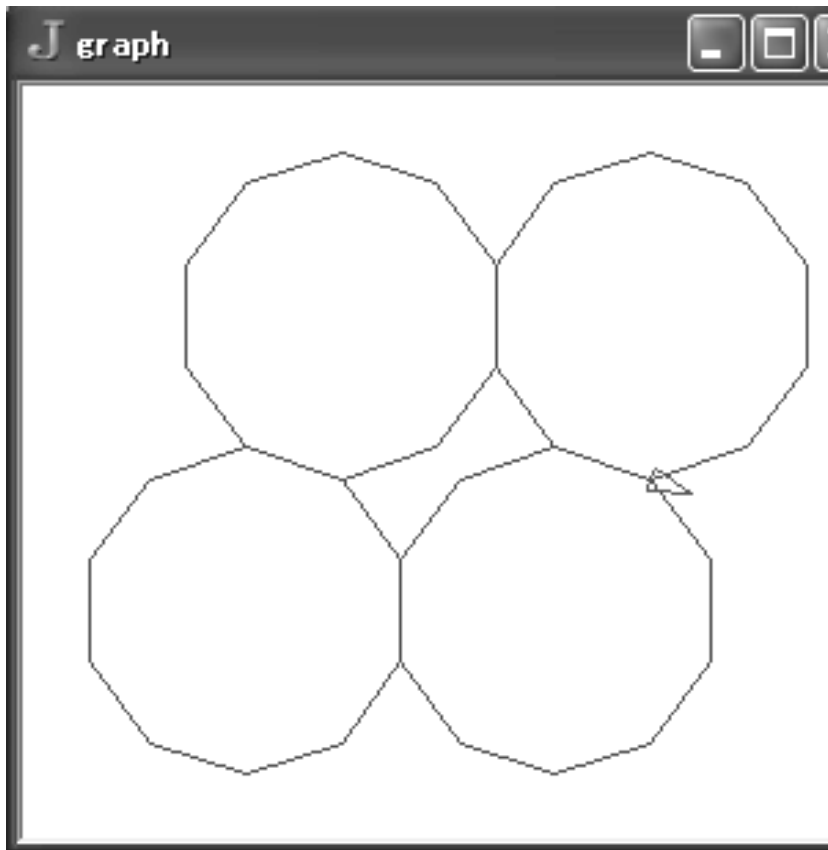
```

2 マッケイの寄せ木

ペンローズの友人マッケイによる寄せ木である

2.1 正 10 角形の寄せ木

正 10 角形の寄せ木は次のように 2 の図形の組み合わせで描ける。正 8 角形の花燭光に似て鼓形の 6 角形を挟んでゆく。



```

decta0=: repeat 10;' rt 36 fd 1'
decta1=: repeat 10;' lt 36 fd 1'
decta4=:decta0,decta1,(L361,L361),decta0,(R1801,R361,L1081,R361,R361),decta1

```

2.2 マッケイの寄せ木のパーツ

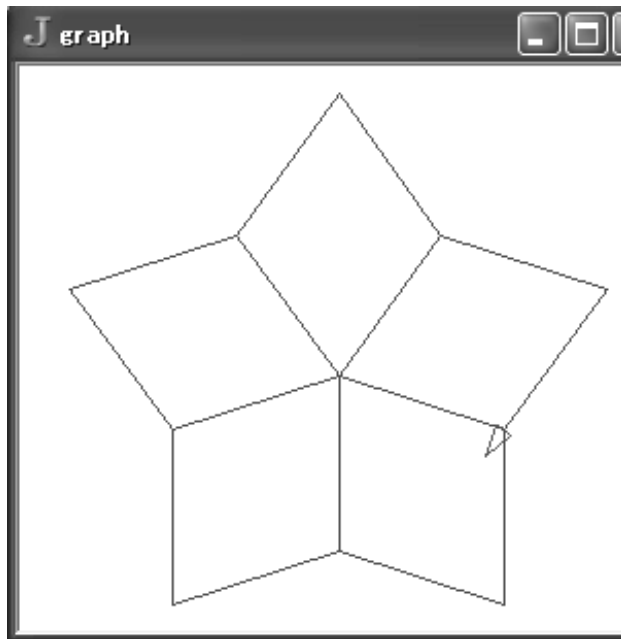
マッケイは正 10 角形に内接する 2 の菱形で描いて見せた

2 つの平行四辺形のパーツ 図 0、1 に含まれる 2 種類の平行四辺形は各々各辺が長さ 1 で内角は次のとおり。

図	辺の長さ	角度	角度	
A	1	72	144	図 0, 1
B	1	36	144	図 1

寄せ木のブロック 2 種の平行四辺形から寄せ木のブロックを作る

- ブロック 0 (図 0)



```
mk0_5=: L721,m1,R1081,m2 ,(repeat
2;R1801,m1),R1801,R721,R1081
```

ブロック 0 = パーツ A5 個で作成

- A,B を組合わせた 5 個の平行四辺形 (ブロック 1) , 3 個のミニパーツも補助的に使われる

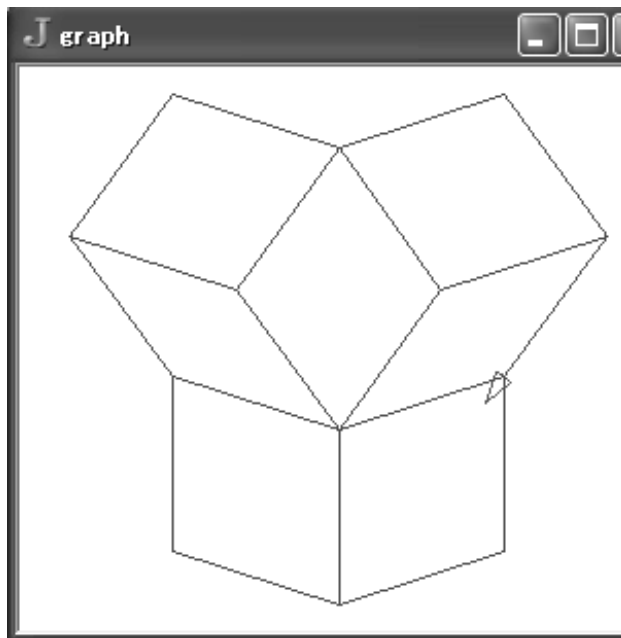


図 1 = パーツ A5 個とパーツ B2 個

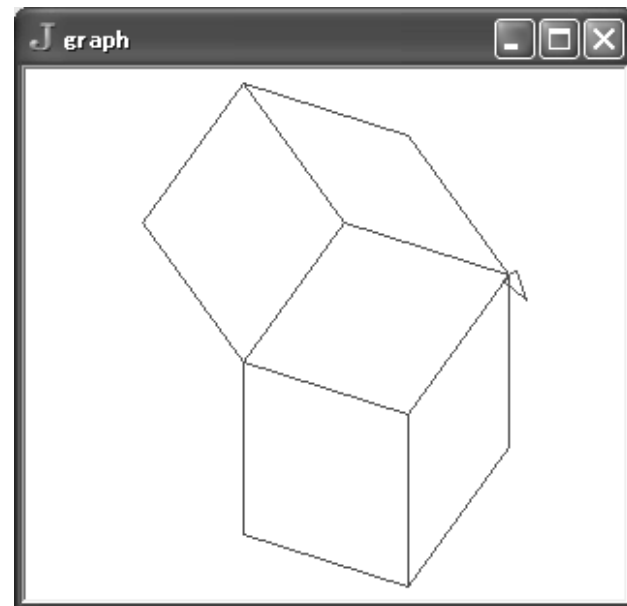
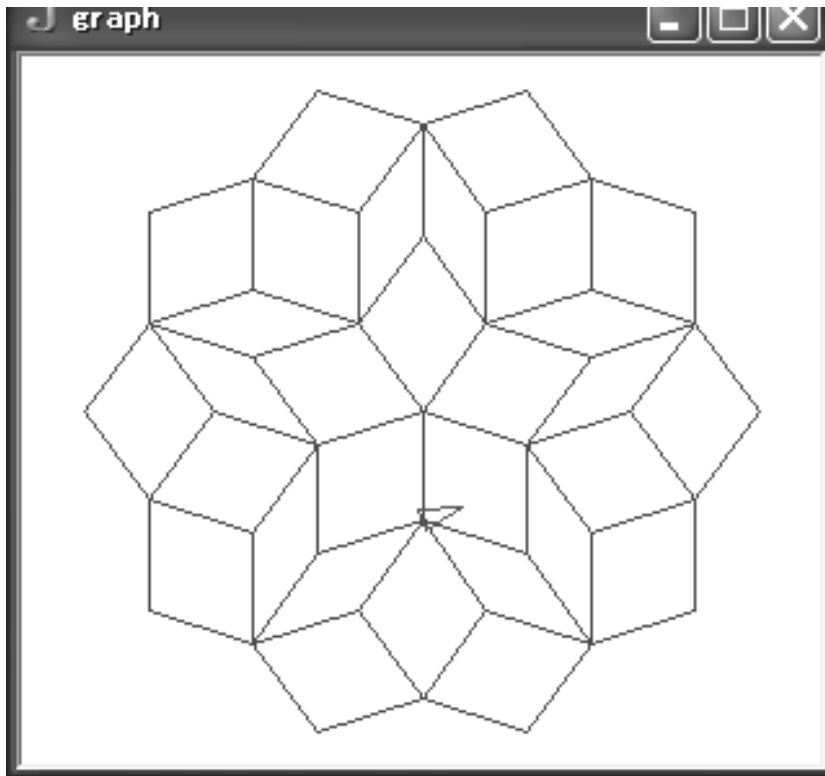
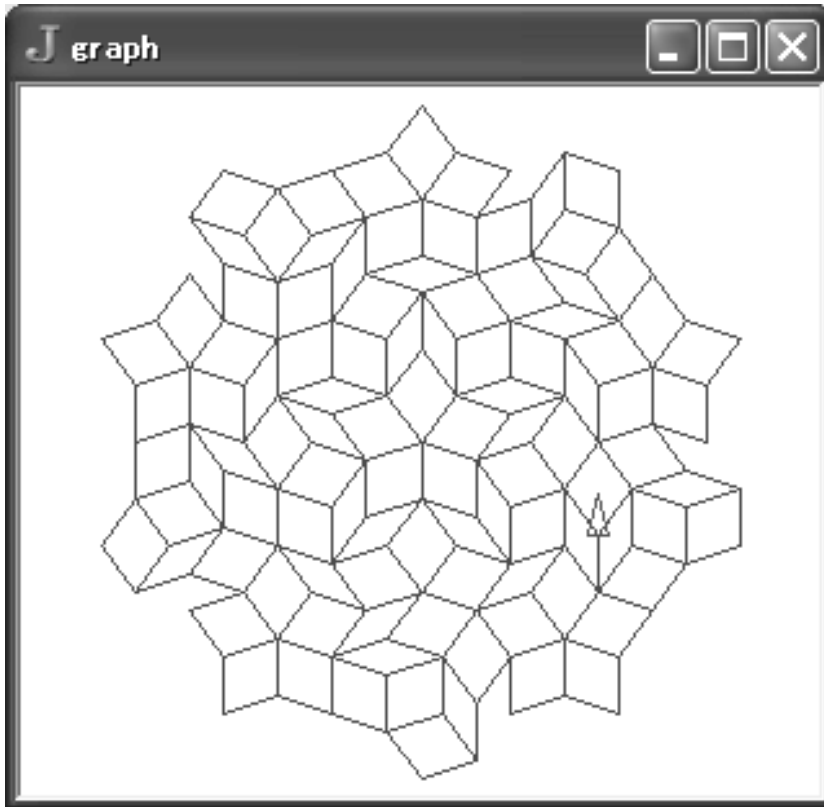


図 1 の小ブロック。パーツ A4 個で作成

2.3 show



```
mackey_6=: mk0_5,m1x2c, (repeat 4; watari_m0,m1x2c)
```



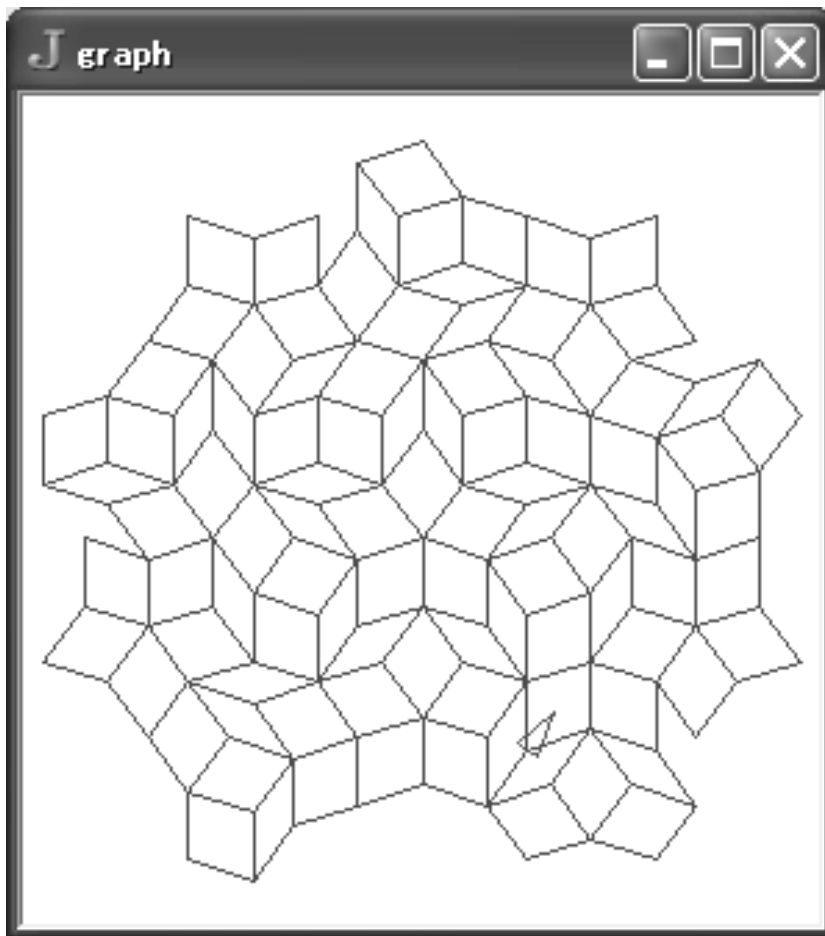
この図は種の周りの一周目を左回り、二周目を右回りで描いている

```

mackey_x=: mackey_6,watari_m1,mk0_5,watari_m2,,mk1_52,watari_m3,mk0_5
mackey_x=: mackey_x,( repeat 3 ;watari_m4,mk1_52,watari_m5,mk0_5),watari_m4,mk1_52

```

伏見の例のとおり、2周目も左回りにした寄せ木。こちらのほうが規則性があり、すっきりしている



```
mackey_xL=: mackey_6,' rt 144',mk0_5,R1801,mk1_51,( repeat 4;watari_m5,mk0_5,watari_m4,mk1_52)
```

References

伏見康治 安野光雅 中村義作「美の幾何学」早川文庫 2010/中公新書 1979

J602 J701 はトロントから DL 出来ます

<http://www.jsoftware.com>

スクリプトは次から DL 出来ます

<http://japla.sakura/ne.jp> の Workshop AUG 2011