

財務計算あれこれ 第1回

Notes on Financial Problems, Series No.1

_____ 現価、終価、年価 _____
Present Values, Future Values, Payments

(株) 竹内八ガネ商行 竹内寿一郎

1. はじめに

「APL2 Begginner のつぶやき」の連載を始めたが、12月のシンポジウムで志村氏の「内部利子率と幾何平均収益率」_[3]に刺激され、私が以前関東学院女子短期大学経営情報科で教えていた財務計算を思い出し、改めてその資料_[1]と、2006年1月のJAPLAに同じく志村氏が発表された「IRR(内部利率)」_[2]を引っ張り出し、EXCELの財務関数_[4]とにらめっこすることにした。

手形の話になると期日の問題がややこしくなるので、第1回ではまず単純に現価P(現在価値)、終価S(将来価格)、年価M(ローン返済額・均等積立額、または均等収益額)、利率*i*、期間*n*の5つの関係式を明らかにし、利率も年利、月利、四半期、三半期、半期に対応できるように考えた。ただしここでは、日数による期間補正などは考一切えないことにした。

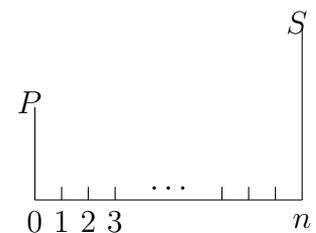
また、計算を複雑にしているのに、期末か期首かの選択問題がある。私が考えるにはこの問題を単純化するには期間は連続であると考え、期末と期首では1日しか違わないことになり、私の言う連続性からは、この1日の違いの利息を考えなければただ1点の同じ時期であると考えられる。つまり、初期や満期その日に、お金を出し入れするかしらないかが問題であって、かいつまんで言うと契約時にお金を出し入れするのが期首で、満期にお金を出し入れするのが期末という扱いになる。ただし、少し厳密に言うと期末・期首の範疇に入らない複雑な場合で、期末でも頭金または始めに(0期に)第1回目を支払うようなローンとか最後の期の最後に出し入れした時点が満期終了という期首のケースもあるかと思う。

この点従来使っていた関東学院女子短期大学の資料_[1]はとくに断っていないが、厳密に考えればあの資料は期末についてであった。さらにキャッシュフローから見ると、出(負)と入り(正)の表現が出来ていず、全てのお金のお出し入れが正であるとして扱っていた。ここでの3節以降の話は、0期で払う・払わない、*n*期で払う・払わないというオプションをつけたような財務問題で考えてゆくことにする。

2. 現価と終価

$$S = P \times (1 + i)^n, \quad (1 + i)^n : \begin{cases} \text{終価係数} \\ \text{現価係数} \\ \text{割引係数} \\ \text{(Discount Factor)} \end{cases}$$

$$P = S \times \frac{1}{(1 + i)^n}, \quad \frac{1}{(1 + i)^n} : \begin{cases} \text{現価係数} \\ \text{割引係数} \\ \text{(Discount Factor)} \end{cases}$$



ここでの現価と終価の関係はお金の出入りは0期と満期 n だけについてである。

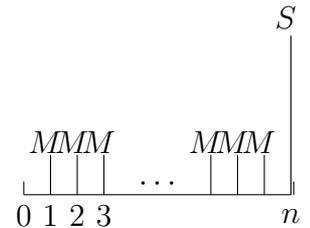
3. 年価と終価

毎年、あるいは毎月同じ金額を積み立てて行き、目標額 S に到達させるにはその毎回の金額をいくらにしたら良いかという問題を解く。目標額は終価であって将来価格であることに注意しよう。

(1) 初期支払無、満期支払無

$$S = M(1+i) + \dots + M(1+i)^{n-1} = M \times \frac{(1+i)^n - (1+i)}{i}$$

$\frac{(1+i)^n - (1+i)}{i}$: 年金終価係数(無、無)



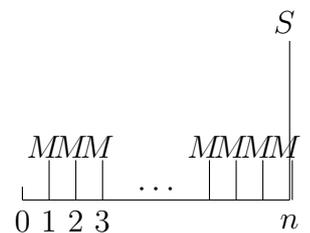
$$M = S \times \frac{i}{(1+i)^n - (1+i)}$$

$\frac{i}{(1+i)^n - (1+i)}$: 減債基金係数(無、無)

(2) 初期支払無、満期支払有(期末)

$$S = M + M(1+i) + \dots + M(1+i)^{n-1} = M \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$\frac{(1+i)^n - 1}{i}$: 年金終価係数(期末)



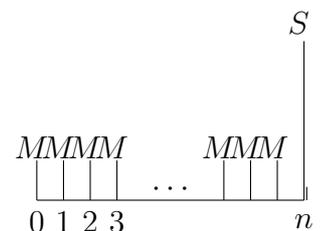
$$M = S \times \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$\frac{i}{(1+i)^n - 1}$: 減債基金係数(期末)

(3) 初期支払有、満期支払無(期首)

$$S = M(1+i) + \dots + M(1+i)^n = M \times \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i}$$

$\frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i}$: 年金終価係数(期首)



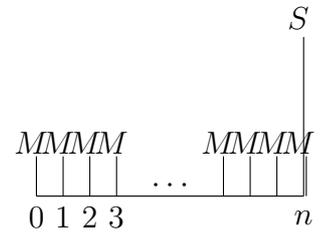
$$M = S \times \frac{i}{(1+i)^{n+1} - (1+i)}$$

$\frac{i}{(1+i)^{n+1} - (1+i)}$: 減債基金係数(期首)

(4) 初期支払有、満期支払有

$$S = M + M(1+i) + \dots + M(1+i)^n = M \times \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i}$$

$\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i}$: 年金終価係数 (有、有)



$$M = S \times \frac{i}{(1+i)^{n+1} - 1}$$

$\frac{i}{(1+i)^{n+1} - 1}$: 減債基金係数 (有、有)

4 . 年価と現価

期首または期末 (1 期間終了時点) にお金を借り、毎年または毎月一定の額を返済するローン返済額を算出する。この話は今 (期首または1 期間終了時に) 投資を行い、毎年または毎月一定の利益が上げられるという場合の限界利益額を算出するための計算でもある。

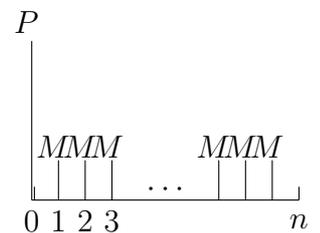
(1) 初期支払無、満期支払無

$$P = M \times \frac{(1+i)^n - (1+i)}{i(1+i)^n}$$

: 年金現価係数 (無、無)

$$M = P \times \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - (1+i)}$$

: 資本回収係数 (無、無)



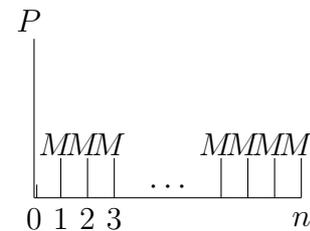
(2) 初期支払無、満期支払有 (期末)

$$P = M \times \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

: 年金現価係数 (期末)

$$M = P \times \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

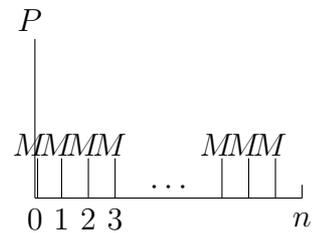
: 資本回収係数 (期末)



(3) 初期支払有、満期支払無 (期首)

$$P = M \times \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i(1+i)^n} \quad : \quad \text{年金現価係数 (期首)}$$

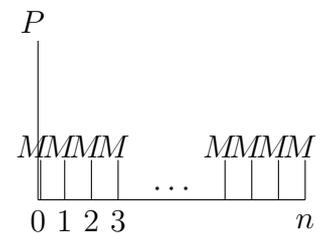
$$M = P \times \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^{n+1} - (1+i)} \quad : \quad \text{資本回収係数 (期首)}$$



(4) 初期支払有、満期支払有

$$P = M \times \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i(1+i)^n} \quad : \quad \text{年金現価係数 (有、有)}$$

$$M = P \times \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^{n+1} - 1} \quad : \quad \text{資本回収係数 (有、有)}$$



5 . J の関数と例題

以下の関数の引数は3節以降では、右引数が、年利率；期間(年)；複利回数 で、複利回数は年単位では1、月単位では12、半期では6、というように12で割れる数を入れる。それに従って年金利もそれぞれその回数分の1となる。年単位では年利、月単位では年利の12分の1となるようになっている。また、期末がデフォルトで片側形のときは期末である。両側形の場合、左引数は0が期末、1が期首、2が期首・期末ともにお金の出入り無し、3が期首・期末ともにお金の出入り有り、となっている。

NB. 財務計算 1 2009.12.29-2010.01.23

NB.

NB. P 現価 Present Value PV

NB. S 終価 Future Value FV

NB. M 年価 Payment PMT

NB. i 利率 Intrest INT

NB. n 期間 Period PER

NB. option OPT

NB. 0 期末 Arrears ARR

NB. 1 期首 Advance ADV

NB. 2 無無

```

NB. 3 有有
NB. fre 年複利回数 Frequency 1,2,3,4,6,12
NB. 使い方 SP i;n;fre
NB.      PS i;n;fre
NB.      opt MS i;n;fre
NB.      opt SM i;n;fre
NB.      opt MP i;n;fre
NB.      opt PM i;n;fre
NB.
NB. 例 1.1000 万円を借り、金利 7%、期首、10 年間、月払いで返済
NB.      1000*1 MP 0.07;10;12 答：11 万 5435 円
NB. 例 2.1000 万円を借り、金利 7%、期首、10 年間、年払いで返済
NB.      1000*1 MP 0.07;10;1 答：133 万 0631 円

NB. 現価 (P) と終価 (S)
      SP=:3 : '(>:i)^n=.n*f[i=.i%f[''i n f''=.y'
      PS=:%@SP

NB. 年価 (M) と終価 (S)
      MS=:3 : 0
0 MS y
:
if. x>:4 do. '** x is over 4 **' return. end.
'b1 b2'=.2 2#:x{0 3 1 2
NB. b1:n or n+1 b2:1 or 1+i
NB. (2):期末 (0 0) (3):期首 (1 1) (1):無無 (0 1) (4):有有 (1 0)
i%((>:i)^(n+b1))-(1+b2*i)[n=.n*f[i=.i%f[''i n f''=.y
)
      SM=:3 : 0
%0 MS y
:
%x MS y
)

NB. 年価 (M) と現価 (P)
      MP=:3 : 0
((>:ii)^nn)*0 MS y[nn=.nn*f[ii=.ii%f[''ii nn f''=.y
:
if. x>:4 do. '** x is over 4 **' return. end.
((>:ii)^nn)*x MS y[nn=.nn*f[ii=.ii%f[''ii nn f''=.y

```

```

)
  PM=:3 : 0
%0 MP y
:
if. x>:4 do. '** x is over 4 **' return. end.
%x MP y
)

```

例題1 年率7%とし10年で100万円を貯めるには毎年いくら積み立てたら良いか？

```

100*2 MS 0.07;10;1 NB. 無無
7.80247

```

```

100*0 MS 0.07;10;1 NB. 期末
7.23775

```

```

100*1 MS 0.07;10;1 NB. 期首
6.76425

```

```

100*3 MS 0.07;10;1 NB. 有有
6.33569

```

例題2 年利7%とし100万円借りた時毎年一括払いで10年で完済するときの金額

```

100*2 MP 0.07;10;1 NB. 無無
15.3486

```

```

100*0 MP 0.07;10;1 NB. 期末
14.2378

```

```

100*1 MP 0.07;10;1 NB. 期首
13.3063

```

```

100*3 MP 0.07;10;1 NB. 有有
12.4633

```

エクセルでの結果

```

将来価格・期末 \-7.23775 NB. =PMT(0.07,10,,100,0)
将来価格・期首 \-6.76425 NB. =PMT(0.07,10,,100,1)
現在価格・期末 \-14.23775 NB. =PMT(0.07,10,100,,0)
現在価格・期首 \-13.30631 NB. =PMT(0.07,10,100,,1)

```

応用例 ローン返済表(期末・元利均等返済)

```

NB. 応用: Amortization Table(元利均等返済償還表)
NB. Reference intrest.ijs(の中の期末用を参考にした)
NB. Usage :
NB. Amorttable int;term;freq;PV
NB. Amorttable 0.06;10;1;10000000

```

NB. int も term も年単位で入力
 NB. frq 1... 年末一括払い
 NB. 2...6 か月毎、年2回払い
 NB. 12... 月払い(月賦)
 NB. PV は、借入金・ローン金額 (または投資額)
 Amorttable=:3 : 0
 t=.i.0 0[j=.0[ii=.i%f[nn=.n*f['i n f P'=.y
 pp=.P[pmt=.<.P*MP i;n;f NB. ここが今回作成した関数
 while. j<nn do.
 t=.t,1 2 0{(pp=.pp-bs),(bs=.pmt-in),in=.<.pp*ii
 j=.>:j
 end.
 (' ','PMT','PRINCIPAL','INTREST','OUTSTANDING'),<"0(>:i.nn),.pmt,.t
)
 1,000万円を借り、年利6%で10年間、年1回一括払いで返済、このときの返済額
 1,358,679円と毎年の支払後残高の表

9!:7 '+++++++|-'

Amorttable 0.06;10;1;10000000 NB. 漢字部分の枠のみ、見やすいように修正した

	PMT	PRINCIPAL	INTREST	OUTSTANDING
	年払額	元金部分	利息部分	支払後残高
1	1358679	758679	600000	9241321
2	1358679	804200	554479	8437121
3	1358679	852452	506227	7584669
4	1358679	903599	455080	6681070
5	1358679	957815	400864	5723255
6	1358679	1015284	343395	4707971
7	1358679	1076201	282478	3631770
8	1358679	1140773	217906	2490997

```

|9 |1358679|1209220 |149459 |1281777 |
+---+-----+-----+-----+-----+
|10|1358679|1281773 |76906 |4 |
+---+-----+-----+-----+

```

エクセルで確認

	A	B	C	D
	元金	利息	期間	単位 (月 or 年)
5 行目	10,000,000	0.06	10	年

=ROUNDDOWN (ABS (PMT (B5, C5, A5, , 0)), 0)

結果 : 1,358,679

【参考文献】

- 【1】竹内寿一郎 (1981): 財務計算、 関東学院女子短期大学経営情報科 統計学講義
1981.7.17 資料
- 【2】志村正人 (2006): 内部収益率・IRR、 JAPLA 研究会 2006.1.25 資料
- 【3】志村正人 (2009): 内部利率と幾何平均収益率、 JAPLA2009 シンポジウム 2009.12.8
資料
- 【4】Office 2003 Microsoft Excel (2003): HELP 財務計算、Excel 内部関数資料