

## 小数点付き基数変換 #DOT の難問

7 進数 から 16 進数へ

中野 嘉弘 (札幌市 88 歳)

FAX 専 011-588-3354

E-mail: yoshihiro@river.ocn.ne.jp

## は し が き

最近、インターネットの Yahoo 知恵袋、「数学」のカテゴリー(下記)

[http://detail.chiebukuro.yahoo.co.jp/qa/question\\_detail/q1439742649](http://detail.chiebukuro.yahoo.co.jp/qa/question_detail/q1439742649)

で、「小数点付きの 7 進数 (sept) から 16 進数 (hex) へ変換せよ」との質問があった。

回答者は 4 人、それに、質問者自身が、可也良い回答を準備していると云う仲々の話題であった。中野自身が、2 年ほど昔、同じような表題で、JAPLA に 2 篇の論文 (文献 1, 2) を報告して居たので、興味をそそられた。

## 1. 提 出 問 題

「小数点付きの 7 進数 (sept) 32104.56 から 16 進数 (hex) へ変換せよ」

大学の宿題です。小数点以下の必要桁数が大き過ぎるので、電卓の約 12 桁

では、どうにもなりません。どうすれば良いのでしょうか？

私の一応の答は以下の様です。

整数部 = 1F06 )hex 。

小数部 = (41/49)dec \* 16^A )hex

ただし A = (41/49)dec の小数桁数 です。

(これは、知恵袋では、久しぶりに骨のある質問でした。)

## 1 a. J 言語 による 中野 の 回答

- 整数部の変換は容易だから、一挙にやろう。

(4 # 16) #: (7 #. 32104) [ENT] -> 1 15 0 6

即ち、32104 )sept -> 1F06 )hex。

- 小数部は説明の為に、検算付きの 2 段階でやろう。

- ・ 7 進数 (sept) から 10 進数 (dec) へ。

(1 % 7) #. |. 0.56 )sept -> 0.836735 )dec 。

「検算」

<. (7 # 7) #: 0.836735 \* (7^7) [ENT] ->

0. 5 6 0 0 0 0 )sept

検算は宜しいようです。チャント戻りました。

- ・ 10 進数 (dec) から 16 進数 (hex) へ。

<. 85 # 16) #: (0.836735)\*(16^5) [ENT] -> 13 6 3 4 4

即ち、-> D6344 )hex 。

「検算」

+/(13 6 3 4 4) \* 16^((\_)\*(1+i.5)) [ENT] ->

0.836735 )dec

チャント戻りました。検算は宜しいようです。

- まとめて:

32104.56 )sept -> 1F06.D6344 )hex

と変換されました。

(こんな処です。J 言語は便利ですね。)

## 2. 他の人々の 回答

### 2.a piko さん

整数部分は割愛。小数部については

32104.56 )sept = 32104 )sept + 0.56 )sept

0.56 )dec = 5/7 + 6/49 = 41/49 )dec

= □/16 + □/256 + □/4096 .....

を計算すれば良い。だが、出来ないので諦めた。

2.b dezaike さん

やはり小数部分だけを扱います。

$$41/49 = (a/16) + (b/16^2) + (c/16^3) + \dots$$

ここで、 $0 \leq a, b, c, \dots \leq 15$ 。

$15 \cdot \{ (1/16) + (1/16^2) + (1/16^3) + \dots \} = 1$  ですので、

$$a = (41/49) \cdot 16 \text{ の整数部分} = 13$$

$$((41 \cdot 16/49) - 13) = (b/16) + (c/16^2) + (d/16^3) + \dots$$

$$b = ((41 \cdot 16/49) - 13) \cdot 16 \text{ の整数部分} = 6$$

以下同様に求められますが、有限では終わりません。

その理由は：有限で終わったとすれば

$$41/49 = (a/16) + (b/16^2) + (c/16^3) + \dots + (d/16^n)$$

すると、 $41 \cdot 16^n = 49 \cdot \text{整数}$  となる筈だが、左辺には

因子 7 は存在しないので矛盾に逢着する。

2.c 第3回答 は 中野のもの(前節1.)

2.d elgoad さん

正確な答をだそうとしたら、非常に難しい問題です。

それは、基数変換に於いては、ある基数で有限小数であっても、

別な基数では、循環小数になって仕舞う事があるからである。

今の場合、循環節長は 16 進数では 21 桁であり、その節は

10 進数では 26 桁の 16184802809534627318515335 である

と云う。難しい話であるから、詳しくは原文を読みたい。

2.e kyoichi さん(質問者自身)

自分で回答を付けて、質問して来ると云う熱心な方である。

内容は、前節 1. に述べてある。

### 3. 諸説 の 検討

前節 2.d の ellgoad さんの名論に刺激されて、2.e 原  
質問者の意見を読み直し、さらに J 言語の立場から再検討した。

### 3.a elggoad さんの循環節の検討

中野は、J 言語で実際に、彼の dec  $\rightarrow$  hex の基数変換を  
やって見た。

```
(21 # 16) #: 16184802809534627318515335 )dec  $\rightarrow$   
13 6 3 4 3 14 11 1 10 1.95923 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 )16  
D 6 3 4 3 E B 1 A 1.95923 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 )hex
```

hex の 9 桁、これが、J 言語の能力の限界かな？

elggoad さんの原文では、下記の 21 桁が示されている。

```
D 6 3 4 3 E B 1 A 1 F 5 8 D 0 F A C 6 8 7
```

(どう云う風に変換の計算をしたのかな？)

### 3.b 原質問者の解の中野チェック(J 言語で)

<.(12 # 16) #: (41 % 49)\*(16^12) [ENT] から

```
13 6 3 4 3 14 11 1 10 1 0 0 )16
```

```
D 6 3 4 3 E B 1 A 1 0 0 )hex
```

今度は hex で 10 桁 まで follow 出来た。

小数点の 0. を含めて、12 桁までなら、希望の  
基数変換が可能らしい。

### ● まとめて(第 1 節の末尾の改):

```
32104.56 )sept  $\rightarrow$  1F06.D6343EB1A1... )hex
```

と変換されました。

## 4. む す び

小数点付き基数変換が、小数点以下 10 桁までなら、可能  
な事が体験出来た。J 言語の能力の便利さも示された。

1) 中野嘉弘:「小数点付きの 基数変換 #dot」JAPLA 2008/Nov/22

pp. 4

2) 中野嘉弘:「小数点付きの 基数変換 #dot (第2報)」

JAPLA 2008/Dec/8 , pp. 5