

LDU 分解と修正コレスキー分解

Masato Shimura
m.shimura@nifty.ne.jp

2009 年 1 月 26 日

J の Libraly に対称行列の LU 分解と cholesky 分解は入っている。^{*1}

/system/packages/math/matfacto.ijs

LDU 分解と修正 choleski 分解は LU 分解から簡単に作成できる。

A=	decomp_lu A	decomp_ldu A
A=:2 1 1,4 1 0, :_2 2 1 2 1 1 4 1 0 _2 2 1	+-----+-----+ 1 0 0 2 1 1 2 1 0 0 _1 _2 _1 _3 1 0 0 _4 +-----+-----+ L U	+-----+-----+-----+ 1 0 0 2 0 0 1 0.5 0.5 2 1 0 0 _1 0 0 1 2 _1 _3 1 0 0 _4 0 0 1 +-----+-----+-----+ L D U

^{*1} decomp_lu は自作した。ピボット交換は行っていない

		Uの対角行列を取り出してDとし、Uの各行をDで割る。
--	--	----------------------------

修正コレスキー分解 対称行列であるのでLDU分解から作成する。

$$Ax = b$$

$$LDU = b$$

$$U^T D U = b$$

```

decomp_m_choleski A
+-----+-----+-----+
| 1 0 0|2 0 0|1 0.5 0.5|
|0.5 1 0|0 _1 0|0 1 2|
|0.5 2 1|0 0 _4|0 0 1|
+-----+-----+-----+
U^t      D      U

```

```
A0=:2 4 6 28,1 _1 5 7,:4 1 2 21
```

```

A0
2 4 6 28
1 _1 5 7
4 1 2 21

```

```

] tmp1=. decomp_ldu A0
+-----+-----+-----+
| 1      0 0|2 0      0|1 2      3|
|0.5      1 0|0 _3      0|0 1 _0.666667|
| 2 2.33333 1|0 0 _14.6667|0 0      1|
+-----+-----+-----+

```

```

cr=. %.: "1      NB. cramer method
mp=: +. * NB. Inner product/

```

L mp U	<pre> >{. tmp) +/ . * >{:tmp=. decomp_lu }:"1 A0 2 4 6 1 _1 5 4 1 2 </pre>
L mp D mp U	<pre> (>0{tmp1)+/ . * (>1{tmp1)+/ . * >2{tmp1=.decomp_ldu }:"1 A0 2 4 6 1 _1 5 4 1 2 </pre>

$$U^T y = b$$

$$DUx = y$$

<pre> cr A9 cramer method </pre>	<pre> cr A0 1 0 0 3.81818 0 1 0 3.18182 0 0 1 1.27273 </pre>
----------------------------------	--

$U^T y = b$	<pre>] tmp2=. 28 7 21 %. (>0{tmp1) 28 _7 _18.6667 </pre>
$DUx = y$	<pre> 28 _7 _18.6667 %. (>1{tmp1) +/ . * >2{tmp1 3.81817 3.18182 1.27273 </pre>

Script

```

require 'numeric'
require '~system/packages/math/matfacto.ijs'
diag=: (<0 1)&|:
cr=: %. }:"1 NB. cramer method

    decomp_lu=:3 : 0
TMP=. y
SIZE=. # y
IMAT=. =/~i.# y
L0=. <'
for_ctr. i.<: # y do. NB. # y do.
    if. 0= ctr{ctr{TMP do.
        Ix=-((>:ctr)}.ctr{"1 TMP)
    else.
        Ix=-((>:ctr)}.ctr{"1 TMP)%ctr{ctr{TMP end.
IND=. (>: ctr)}. ctr{"1 i. $ y
I0=. (2#SIZE)$ Ix (IND)},IMAT
L0=. L0,<I0
TMP=. U0=. TMP %. %. I0
end.
NB. -----
clean L:0 ( (+/ . */ > %. L:0 }.L0)); U0 NB. LU

```

)

```
decomp_ldu=: 3 : 0
```

```
IMAT=. =/~i. # y
```

```
LU=. decomp_lu y
```

```
NR=. diag i. $ y
```

```
D=. (2 # #y)$ (diag >{: LU)(NR)},IMAT
```

```
U=. ;("1),. ({(> {: LU)) % L:0 {@> diag D
```

```
clean L:0 (>{: LU);D;U
```

)

```
decomp_m_choleski=: 3 : 0
```

```
NB. modified choleski decomposition
```

```
NB. apply symmetric matrix only
```

```
'LU D U'=: decomp_ldu y
```

```
clean L:0 (|:U);D;U
```

)