

数の分割/手計算の弁

山下 紀幸

2008年5月26日

目次

1	いきさつ	1
2	手計算の手順	1
3	纏め	3
4	Script	3

1 いきさつ

一見膨大に見える数の分割の手計算を計画したのは以下の理由による

1. 明快な帰式が与えられている
2. 各ステップは加算、減算のみ

3. 数とその分割数の間に3種類の合同関係がある

$$p(5n+4) \equiv 0 \pmod{5}$$

$$p(7n+5) \equiv 0 \pmod{7}$$

$$p(11n+6) \equiv 0 \pmod{11}$$

従って最長でも5番目毎にcheckpointがあるので加減算のみをコンピューターで行う手計算が容易

2 手計算の手順

番地 $p(n) = p(n-1) + p(n-2) - p(n-5) - p(n-7)$ 等の番地を拾い出す。

$p_{n \times} = 1 \ 2 \ 5 \ 7 \ 12 \ 15 \ 22 \ 25 \ \dots$

rmn n に対する番地を拾う関数 rmn を作成

Example $p(0) \rightarrow 9(10)$ までの計算 $p(0) = 1$

$$p(1) = p(0) = 1$$

$$p(2) = p(1) + p(0) = 2$$

$$p(3) = p(2) + p(1) = 3$$

$$p(4) = p(3) + p(2) = 5$$

$$\begin{aligned}
p(5) &= p(4) + p(3) - p(0) = 7 \\
p(6) &= p(5) + p(4) - p(1) = 11 \\
p(7) &= p(6) + p(5) - (p(2) + p(0)) = 15 \\
p(8) &= p(7) + p(6) - (p(3) + p(1)) = 22 \\
p(9) &= p(8) + p(7) - (p(4) + p(2)) = 30
\end{aligned}$$

言うまでもなく $p(4), p(9)$ は 5 で割り切れ、 $p(7)$ は 5 で割り切れる

```

pnx0 rmn 0 10
0 _1 _2 _5 _7 _12
1 0 _1 _4 _6 _11
2 1 0 _3 _5 _10
3 2 1 _2 _4 _9
4 3 2 _1 _3 _8
5 4 3 0 _2 _7
6 5 4 1 _1 _6
7 6 5 2 0 _5
8 7 6 3 1 _4
9 8 7 4 2 _3
10 9 8 5 3 _2

```

$p(100)$ の計算 $p(0) \rightarrow p(99)$ までが既に計算されており、 pn に格納されているとすると、

```

\begin{verbatim}
  pnx1 rmn 0 100

99 98 97 94 92 87 84 77 73 64 59 48 42 29 22 7 _1 _18
100 99 98 95 93 88 85 78 74 65 60 49 43 30 23 8 0 _17

a0=.100 99 98 95 93 88 85 78 74 65 60 49 43 30 23 8 0 _17

a1=. ;("1) |: 4 2 $ a1=. _2<\ }.}: a0
a=.99 98 88 85 65 60 30 23
b=. 95 93 78 74 49 43 8 0

p100=(+/ a{pn) - +/ b{pn
190569292

```

3 纏め

次に分割数の主なものを列記する

p_{200} 3 972999 29388

p_{300} 9253 82936 723602

4 Script

NB. hand calc partition number

NB. written by Yamashita Noriyuki

NB. * pn_x rm_n 0 9

NB. * pn_x rm_n 0 100

$wr =: 1! : 2 \& 2$

$pn_x0 =: 1\ 2\ 5\ 7\ 12$

$pn_x1 =: 12\ 5\ 7\ 12\ 15\ 22\ 26\ 35\ 40\ 51\ 57\ 70\ 77\ 92\ 100\ 117$

$rm_n =: 4 : 0$

' $n_0\ m_0$ ' =. y

while. $m_0 >: n_0$ do.

 wr n_0 ,pn=. $n_0 - x$

$n_0 =. >: n_0$

end.

)