JREP08A1　もう1つの行列の減次法（Sylvesterの定理）

'08-1-15
山下紀幸
T&F:045-851-3921

5次の行列式(A)で、左上の隅に2次の小行列式(a00)を作ったとする。残りの部分は行も列も3つで、上記のa00に第1行と第1列を加えたものはa11で表わすことにする。このような小行列式は、$3^2=9$個できるから、これらを配列して行列式を作ることができる、この行列式をdeltaで表わすことにする。

行列は数を配列したもので、それ自身は数ではないが、行列式はそれ自身が1つの数である。したがってdeltaは3次の行列式である、このような行列式(delta)と、もとの行列式(A)および初めに選んだ小行列式(a00)との関係を表わすのがSylvesterの定理である。以下実例についてたしかめて見てほしい。

A;a00

9	8	1	4	2	9	8
4	6	7	9	5	4	6
1	7	8	5	4		
6	5	2	1	3		
2	3	9	7	6		

delta

```
_187 _297 _143
  49  _15   49
 121   55   77
```

```
   (det delta)%da00^2
_1168
```

参考までに組込関数detによる値を下記に示す。

```
   det A
_1168
```

a11;a12;a13;a21;a22;a23;a31;a32;a33

9 8 1	9 8 4	9 8 2	9 8 1	9 8 4	9 8 2	9 8 1	9 8 4	9 8 2
4 6 7	4 6 9	4 6 5	4 6 7	4 6 9	4 6 5	4 6 7	4 6 9	4 6 5
1 7 8	1 7 5	1 7 4	6 5 2	6 5 1	6 5 3	2 3 9	2 3 7	2 3 6

Sylvester

```
3 : 
   n=.#y=.y.
   da00=:det a00=:(i.n-3){"1(i.n-3){y
   da11=:det a11=:(i.n-2){"1(i.n-2){y
   da12=:det a12=:((i.n-3),n-2){"1(i.n-2){y
   da13=:det a13=:((i.n-3),n-1){"1(i.n-2){y
   da21=:det a21=:(i.n-2){"1((i.n-3),n-2){y
   da22=:det a22=:((i.n-3),n-2){"1((i.n-3),n-2){y
   da23=:det a23=:((i.n-3),n-1){"1((i.n-3),n-2){y
   da31=:det a31=:(i.n-2){"1((i.n-3),n-1){y
   da32=:det a32=:((i.n-3),n-2){"1((i.n-3),n-1){y
   da33=:det a33=:((i.n-3),n-1){"1((i.n-3),n-1){y
  delta=:3 3$da11,da12,da13,da21,da22,da23,da31,da32,da33
  ans=:(det delta)%da00^2
```

[出典]「行列と行列式で楽しむ」石谷茂，現代数学社，1965，p.1