

エクゾチックオプション価格のシミュレーション その6 - バリアーオプションの価格式(1) -

Numerical Tests on the Exotic Option Pricing Models - 6 - The Barrier Option Pricing Model(1)

(株) 竹内ハガネ商行
竹内寿一郎

1. はじめに

バリアーオプションとは、オプションの行使条件としてバリアー価格 B を指定し、オプション期間中に価格がバリアーに到達すると、オプションが消滅してしまうオプションである。このようなオプションをノックアウトオプションという。逆に価格がバリアーに達したときにはじめてオプションが生ずるオプションをノックインオプションという。ノックアウトオプション、ノックインオプションはエクゾチックオプションの中で最も取引量が多いオプションなので、本シリーズではこのオプションを取り扱うことを最大の目標としてきた。それゆえここでは丁寧に数回に亘ってこれを紹介することにする。

文献【1】から例を引くと、例えば現在価格が 1000 円の株が今後 3ヶ月間に上昇すると予測し、価格が下がったときのリスクを回避するためコールオプションを購入することにする。ただし、上昇するとはいっても 1200 円には達しないだろうと予測し、行使価格 1000 円、バリアー価格 1200 円のノックアウトコールオプションを購入することにする。

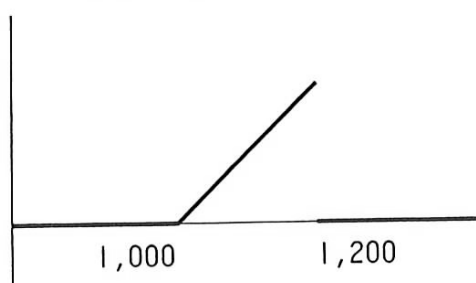


図1. ノックアウトコールオプションのペイオフの例
(行使価格 1000 円、バリアー価格 1200 円)

このときのバリアー付きノックアウトコールオプションの価格は、フリー金利 5%、ボラティリティを 30%としたとき、19.37 円と計算される(詳細は後日述べる)。そうすれば単に 3ヶ月後の行使価格 1000 円のプレーンバニラコールオプションは 65.83 円であるので、それを買うよりもずっと節約になる。しかし、価格が 1200 円に達すると何も得られないリスクがあることを考慮する必要がある。バリアーオプションでは常にこのようなリスクを伴うことを覚悟しなければならない。

そこでこのようなとき、何も得られないというリスクを避けるためのオプションも考えられている。ノックアウトオプションに加えて、価格が 1200 円以上に到達したときはこれに 200 円のリベートを得るといった特約をつけることもできる。こうすると、全く何も得られな

いという事態は回避されることになる。

そこでプレミアム 200 円付きのバリア価格 1200 円のノックアウトコールオプションを購入することにする。

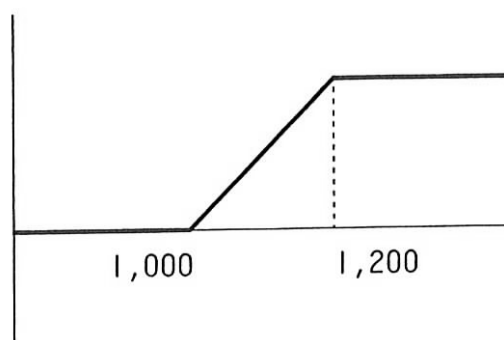


図2 . 200 円のプレミアム付きノックアウトコールオプションのペイオフの例
(行使価格 1000 円、バリアー価格 1200 円、プレミアム 200 円)

この 200 円のプレミアム付きバリアーオプション価格は 64.10 円 (ここでは詳細については触れない) と、単なるバリアーオプションよりずっと高くなるが、プレインバニラオプションに比べると、満期の価格が高いとき、それにより得られる利得が頭打ちになるために、その分プレインバニラオプションよりは若干安くなっている。

このようなバリアーオプションは、一昨年 12 月のシンポジウムで述べたプレインバニラオプション^[2]を基本の計算式として、それにバリアー条件をつけることにより、オプションが生じたり、消滅したりするオプションである。その確率計算は非常に複雑なものがあり、ここでは何回かに分けてそれを述べることにする。その後、参考文献【3】のように J 関数によるシミュレーションプログラムを作成・実行し、理論値との比較検討を行ってゆく。

2 . バリアーオプションの種類

第 1 節で述べたように (スポット) 価格が変動して、バリアー価格に達するかどうかでオプションが生じたり、消滅したりするのであるが、このときの行使価格 (K)、バリアー価格 (B)、スポット価格 (S) それぞれの大小関係、およびノックアウトかノックインか、そしてコールまたはプットオプションかによっていろいろな種類が考えられる。

すなわち、(1) バリアー価格がスポット価格より大 (U_p) か小 (Down) か、(2) ノックアウトオプションなのか、ノックインオプションなのか、(3) コールオプションなのかプットオプションなのか、(4) バリアー価格 (B) が行使価格 (K) より大か小か、の 4 つのケースが考えられ、従ってバリアーオプションとして $2^4 = 16$ 種類を考えることができる (次ページの表にすべての場合を掲げる)。

この 16 個のケースの中で、次の 2 つのケース、No.1 と No.12 は実現不可能な場合である。No.1 はバリアー価格より小さなスポット価格 (この状態を U_p という) がバリアー価格より大きな行使価格になり、かつ ITM (インザマネー、すなわちコールならば満期に行使価格以上、プットならば行使価格以下になる、つまり損をせず、儲かること) であるためには、必ずバ

リアーを越えねばならず、その時点でオプションが消滅してしまうからである。同様に、バリアー価格より大きなスポット価格(この状態を Down という)が、プットオプションで ITM になるために、バリアー価格より小さな行使価格になる、つまりこれもバリアー価格を越えて小さくならなければならないので、必ずオプションが消滅してしまうからである。

ケース No.	バリア価格とスポット価格の大小関係	ノックアウトかノックインか	コールかプットか	バリア価格と行使価格の大小関係
1	Up	Out	Call	$B \leq K$
2	Up	Out	Call	$B \geq K$
3	Up	Out	Put	$B \leq K$
4	Up	Out	Put	$B \geq K$
5	Up	In	Call	$B \leq K$
6	Up	In	Call	$B \geq K$
7	Up	In	Put	$B \leq K$
8	Up	In	Put	$B \geq K$
9	Down	Out	Call	$B \leq K$
10	Down	Out	Call	$B \geq K$
11	Down	Out	Put	$B \leq K$
12	Down	Out	Put	$B \geq K$
13	Down	In	Call	$B \leq K$
14	Down	In	Call	$B \geq K$
15	Down	In	Put	$B \leq K$
16	Down	In	Put	$B \geq K$

図3. バリアーオプションの種類 (16通り)

ここで、コールオプションとプットオプションについてのペイオフの違いについて述べておくと理解が早いと思われる。コールオプションとプットオプションのペイオフは行使価格 K に関して、ITM のときには左右対称な直線が得られる。すなわち、コールでは満期に価格が行使価格以上であればその差額の利得を得ることができ(図4)、プットでは満期に行使価格以下であればその差額の利得を得ることができる(図5)。

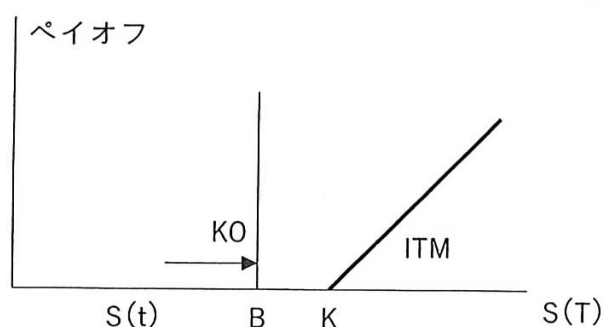


図4. ノックアウトコールオプションのペイオフの例

しかし No.1 と No.12 は、図4、図5のように行使価格の手前にバリアー価格があるので、ITM になるときは必ずバリアーを越えねばならず、オプションは消滅してしまうということになる。

さらに、No.5 と No.16 はいずれもノックインオプションであり、ITM のためには必ずバリアー価格に到達するので、バリアーがあってもなくても同じことになり、プレーンバニラオプションの式から計算できることになる。すなわち、No.5 はバリアー価格より小さなスポット価格 (U_p) がバリアー価格より大きな行使価格に到達するには、必ずバリアー価格を越えるので、プレーンバニラオプションになることが分かる。

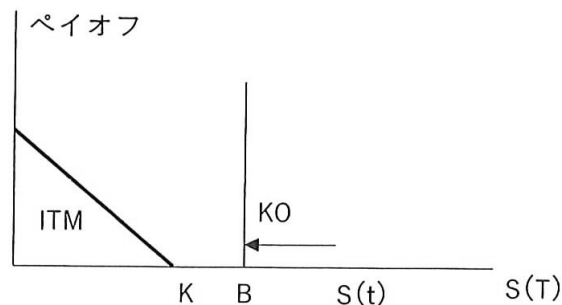


図5. ノックアウトプットオプションのペイオフの例

同様に、No.16 ではバリアー価格より大きなスポット価格 (Down) がバリアー価格より小さな行使価格になるには、必ずバリアー価格を越えて到達するので、ITM になるためには、必ずノックインオプションが生ずることになるからである。

というわけで、残りの12個のケースについて考えてゆけば良いことになるのだが、よくよくみると、全く同じ条件の下で、ノックアウトとノックインは必ずこの2つのどちらかが起これば、どちらかが起きないことになっている。従ってその双方の確率の和を計算すると、プレーンバニラオプションの確率に等しくなるので、実質的には6個のケースだけを考えれば良く、残りの6ケースはプレーンバニラオプションからの引き算によって求めることが出来る。具体的に述べると、

No.2+No.6=プレーンバニラオプション

No.3+No.7=プレーンバニラオプション

No.4+No.8=プレーンバニラオプション

No.9+No.13=プレーンバニラオプション

No.10+No.14=プレーンバニラオプション

No.11+No.15=プレーンバニラオプション

それゆえ、ここではNo.2、No.3、No.4、No.9、No.10、No.11の6個のケースのみについて考えてゆけば良いことになる。

そこで次回以降これら6つのケースについて順次述べてゆくことにする。

【参考文献】

- 【1】 山下司 (2001) : オプションプライシングの数理 - 基礎理論と専門書のブリッジテキスト - 金融財政事情研究会
- 【2】 竹内寿一郎・本田皓士 (2006) : エキゾチックオプション価格のシミュレーション その1 - キャッシュデジタルとプレーンバニラオプション - JAPLA 2006 シンポジウム 2006.12.9 資料
- 【3】 竹内寿一郎 (2007) : エキゾチックオプション価格のシミュレーション その2 - ダイアログボックスで決めるオプション価格のJ関数 - JAPLA 研究会 2007.1.27 資料