

# コンピュータ時代の分数計算の意義と重要性

## —分数計算が出来ない大学生が増えているのはなぜか—

日本APL協会 西川 利男

### 1. はじめに

分数の計算が出来ない大学生が、ここ数年来増えて問題になっている—その理由はなぜだろうか。この問題を数学構造としての分数とその手計算からコンピュータへの時代の変化の視点から、いくつかのコメントをしたいと思う。

### 2. 手計算時代の分数

西欧では分数そのものは小数に比べてずっと古くから古代エジプトのピラミッド時代にまでさかのぼるといふ。一方、小数は東洋においては10進整数の拡張としてごく自然に分、厘、毛、絲、…として古代から使われてきた。ところが驚くべきことに西欧では17世紀、ベルギーのシモン・ステヴィンにより小数が研究され、学校で教えられるようになったのは19世紀になってからという[1]。いまでも12<sup>3</sup>/<sub>4</sub>インチとか貨幣、時間の表示などに分数が好まれるようだ。ちなみに分数はfractionだが、小数はdecimal fractionという。

その分数が大学生に限らず、いまでは関心がうすい。なぜだろうか。

- ・分数では4/7と2/3とでどちらが大きいと言われてすぐには答えられない。
- ・小数にして0.57と0.67なら一目瞭然だし、その計算も電卓で一発である。

分数は長さや重さなど自然量を測る表記法としては、やはり希薄である。一方の小数は一目で判る直接表記で、これにより現代技術は支えられているといえる。

分数は量の測度の表現ではなく、量を生成するアルゴリズムの表現であると筆者は考える。いままで、分数およびその四則演算は手計算時代には必要な数学の基礎技術として学校で教えられ、維持されてきた。

### 3. コンピュータ時代の分数

ところが、学校数学に電卓が入ってくると、分数の役割は壊滅させられた。小数であれば、小数点キーを追加するだけで、整数の計算と同じ操作で四則演算が行なえる。「何ものも、一律的に行なう方が良い」という「グローバリズム」の安易な機械信仰主義の犠牲であろうか。あげくの果てには、学校数学では分数は教える必要はないという論まで出てくる。はたしてそうであろうか。たしかに分数計算をキーを押すだけで行なえる電卓はない。

BASIC, FORTRANなどコンピュータのプログラミング言語でも分数計算をそのまま行なえる機能はない。

唯一、筆者の常用するJ言語では以下のように直接分数計算が可能である[2]。

例えば

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{7} \quad \text{に対しては} \quad 1r2 + 3r7 \Rightarrow 13r14$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} \quad \text{に対しては} \quad 1r2 + 1r6 \Rightarrow 2r3$$

しかしながら、BASIC, FORTRANでも簡単なプログラムを組むことで可能であり、かえってかっこうのプログラミングの課題となろう。(最後に掲載)

つまり、分数とは値の表示と見る代わり、アルゴリズムを表現したものとみること  
で、教育的にも大いに価値がある。

数学においては、分数は有理数 (rational number 筆者は有比数なる語が良いと思  
うが) であり、その四則演算は分数のみで行なう限り、結果はExactに保たれる。こ  
れを電卓のように小数展開して行なう演算の結果は必ずしもExactではない。コンピ  
ュータ内部における整数演算と浮動小数点演算との差異を確実に区別すべきである。  
分数と小数との違いはこれをあきらかな形で示してくれる。

#### 4. 循環小数のふしぎ

分数に関連して、電卓を活用するもう1つの学校数学の例として、循環小数のふし  
ぎを取り上げたい。電卓のキー操作としては、割り算を行なえばよいが、循環小数は  
すぐ現れる。

例えば

$$1/7 \Rightarrow 0.142857142\cdots$$

$$2/7 \Rightarrow 0.285714285\cdots$$

$$3/7 \Rightarrow 0.428571428\cdots$$

.....

この例の分数では割り切れることなしに、「142857」という数字が繰り返され、また、  
このパターンが桁がずれて現れる。

一方、次のように

$$1/8 \Rightarrow 0.125$$

$$1/9 \Rightarrow 0.11111111\cdots$$

割り切れたり、一つの数字が繰り返すのもある。

これらのふしぎはなぜだろう。ここに整数論の入り口が顔を出している。すなわち、  
このふしぎを真に理解するためには、フェルマーの小定理から原始根といった整数論  
の大きな領域が広がってくるのである[3]。

これまで整数論はおよそ無用の数学と見なされてきた。それが現在では暗号技術、  
コンピュータのセキュリティにかかわる現代の花形数学となっている。従来、整数論  
の導入には、割り切れる、割り切れないという最大公約数、最小公倍数さらには素数  
のテーマから入るのが常であった。これに比べ、循環小数は電卓を打つだけで、小学  
生でもそのふしぎを感じとれる。このように循環小数もまた分数と小数とにかかわる  
学校数学のおもしろいテーマである。

#### 5. おわりに

あらためて「分数とは2つの量がどういう割合かを示す比である」として理解すべ  
きである。ちょうど「複素数が2つのパラメータにより、2次元の平面上の位置を表  
す」として理解するのと同じである。したがって単なる分数同士の足し算、引き算な  
どは数学的におよそ無意味である。

数学とは機械による操作の習得ではなく、頭で考え解決する術を学ぶものである。  
その上にこそ役に立つ技術が打ちたてられるのである。

[1] 一松信、竹之内脩編「新数学事典」p. 33, 大阪図書(1991).

[2] 日本APL協会ホームページ

<http://www.ae.keio.ac.jp/lab/soc/takeuchi/japla/>

[3] 高木貞治「初等整数論講義—第2版」p. 57-61, 共立出版(1977).

### Quick Basicによる分数計算のプログラム

```
LINE INPUT "Enter Fraction: ", DA$
IF INSTR(DA$, "+") > 0 THEN
    OPN = INSTR(DA$, "+")
ELSE
    OPN = INSTR(DA$, "-")
END IF
OP$ = MID$(DA$, OPN, 1)
AN = INSTR(DA$, "/" )
A$ = LEFT$(DA$, AN - 1)
DA$ = MID$(DA$, (AN + 1), LEN(DA$) - (AN - 1))
BN = INSTR(DA$, OP$)
B$ = LEFT$(DA$, BN - 1)
DA$ = MID$(DA$, (BN + 1), LEN(DA$) - (BN - 1))
CN = INSTR(DA$, "/" )
C$ = LEFT$(DA$, CN - 1)
D$ = MID$(DA$, (CN + 1), LEN(DA$) - (CN - 1))
IF OP$ = "+" THEN
    FA = VAL(A$) * VAL(D$) + VAL(B$) * VAL(C$)
ELSE
    FA = VAL(A$) * VAL(D$) - VAL(B$) * VAL(C$)
END IF
FB = VAL(B$) * VAL(D$)
GA = FA
GB = FB
WHILE GA <> 0
    GC = GB MOD GA
    GB = GA
    GA = GC
WEND
GCD = GB
FD$ = STR$(FB / GCD)
FD$ = MID$(FD$, INSTR(FD$, " ") + 1, LEN(FD$) - SN)
IF FD$ <> "1" THEN
    PRINT "          ==>" + STR$(FA / GCD) + "/" + FD$
ELSE
    PRINT "          ==>" + STR$(FA / GCD)
END IF
```

### 実行例

```
Enter Fraction: 1/2 + 3/7
          ==> 13/14
Enter Fraction: 1/2 + 1/6
          ==> 2/3
Enter Fraction: 1/2 - 1/6
          ==> 1/3
```

以下のとおり講演発表を申し込みます。

## 日本技術史教育学会 2008 年度全国大会（松江）研究発表講演申込書

### 1) 講演題目

コンピュータ時代の分数計算の意義と重要性  
－分数計算が出来ない大学生が増えているのはなぜか－

### 2) 講演者名

西川利男  
日本 A P L 協会

### 3) 講演者連絡先

〒277-0014  
千葉県柏市東 2 - 4 - 1 7  
TEL/FAX 0471-63-0364  
E-mail Toshio.Nishikawa@tempo.ocn.ne.jp

### 4) 講演要旨

最近、分数計算が出来ない大学生が増えているという。これは若者の理工科離れのあらわれのひとつであり、由々しき教育問題であるとする論、およびいくつかの成書もでている。

しかし、ここではもう少し冷静に、数学体系の基本である分数という数学構造を見直した上で、その理由を現代のコンピュータ普及の観点から明らかにしたい。

すなわち、いまや学校においても日常の文房具である電卓の上で、例えば

$$1/2 + 1/3 = 5/6$$

と計算表示できるものはない。ふつうの電卓では小数としての計算のみが可能である。これは最新の EXCEL システムの上でも同じである。

分数と小数とは単なる表示だけではなく、根本的に異なるものであることを明らかにする。その上で、「小数は計算などの値の表示に対して、分数とは計算の過程を示すアルゴリズムである」との認識を示した。

さらに発展して、分数の正しい理解は整数論への導入にもなることを示した。ちなみに整数論はコンピュータ情報の暗号化、信頼性セキュリティなどへの応用として、現在、最も必要とされる数学の分科である。

また、分数に親しむテーマの 1 つとして、電卓を用いた逆数の循環小数のふしぎを紹介する。

### 5) 使用機器

OHP (紙反射タイプ), パワーポイント