

Jによるデジタル幾何学—その5

J幾何グラフィックス—レムニスケート

西川 利男

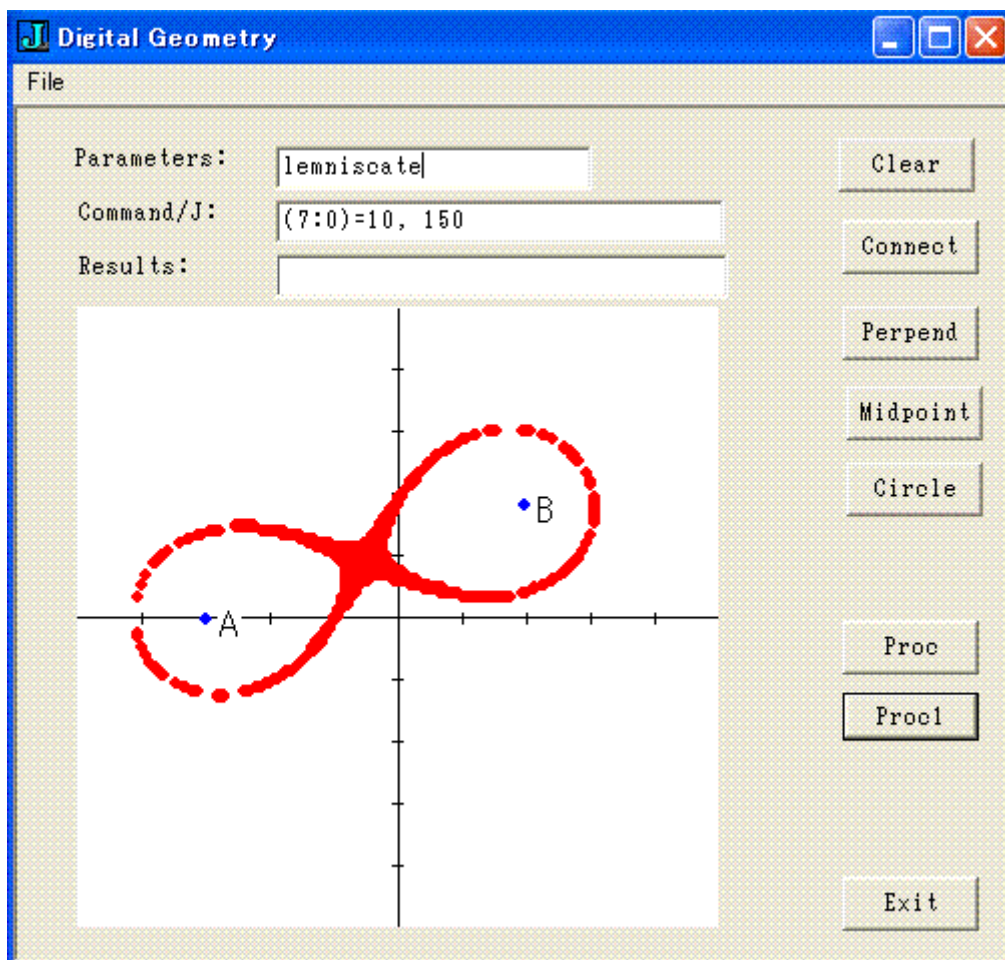
J幾何グラフィックスによる軌跡の問題として、今回はレムニスケート曲線を前回[1]に引き続きやってみる。

レムニスケート(Lemniscate)とは、2つの点AとBとがあるとき、これとは別に1つの点Pをとり、それぞれ2つの点とを結ぶ線分ABとBPとが次の条件

$$AP \times BP = (\text{一定})$$

を充たすときに、点Pの軌跡として得られる曲線である。つまり、楕円は和が一定であるのに対して、積が一定であるので、変形した楕円と言ってもよいかもしれない。

したがって前回[1]の楕円のプログラムを一行、手直しするだけでレムニスケートは描かれる。実行した結果は以下のようなになる。



プログラムは次のようになる。
 前回にも説明したとおり、幾何グラフィックスの本体、クラスプログラムはそのまま
 で、レムニスケートのための次の一連のプログラムをベースプログラムに追加した。

```
NB. Lemniscate / 2008/12/20 =====
lemniscate =: 3 : 0
A_A =: A_A__ins NB. global point data
B_B =: B_B__ins NB. ,,
'm n ran int eps' =: parse COMMAND__ins
P_P =: 0, 0
PP =: (int, ran) range P_P
AP =: lemni L:0 PP
(> eps > L:0 ,AP) # ,PP
)

lemniscate =: 3 : 0
| m -(dis A_A - y.) * (dis B_B - y.)
)
```

前述したように、レムニスケートの計算部分はサブプログラムの lemni だけである。
 これを呼び出すプログラム lemnicate は楕円のものと同じである。

実行には、座標面の任意の位置に2つの点を定め、例えば
 (7 :0)=10, 150
 と入力する。ここでそれぞれの値は
 (一定値 : つねに0)= 走査範囲, 区分数
 である。
 そしてボタン Proc1 を押すと曲線が描かれる。

ふつう良くある水平なメガネ状のレムニスケート曲線は Bernouli のレムニスケート
 であり、2つの点 A と B の距離を a とするとき、一定値が a^2 に等しい場合のものであ
 って、その方程式は極座標で次のように表される [2]。

$$r = a\sqrt{2\cos 2\theta}$$

いろいろ実験すればわかるように、一定値の値によってレムニスケート曲線は1つ
 の閉曲線になったり、2つの閉曲線になったりさまざまに変化する。

幾何学では、すぐ証明だけでこと足りるのではなく、図形をよく観察することが大
 切である。J 幾何グラフィックスがそれに役立ってもらいたい。

[1] 西川利男「Jによるデジタル幾何学—その4 J幾何グラフィックスによる楕円、
 双曲線、放物線などの軌跡」JAPLA シンポジウム資料 2007/12/8

[2] 高木貞治「解析概論」岩波書店、p.136 (1986)