

インパルス応答

Masato Shimura
JCd02773@nifty.com

2007 年 4 月 26 日

目次

1	多変量自己回帰	1
2	インパルス応答	2
2.1	2変数の状態方程式の例と計算過程	3

1 多変量自己回帰

2 次の多変量自己回帰の例。中段が Bmm で多変量自己回帰係数である。
サンプルデータは和田による。

2 varmain ccf2 DAT

```
+-----+
|_0.170 0.298 0.394| 0.009 0.247 0.198|
| 0.379_0.047 0.140| 0.293 0.004 0.040|
| 0.128_0.015 0.307| 0.249 0.150_0.018|
+-----+
|_0.042 0.492_0.082| 0.060 0.339 0.129|
| 0.428 0.029_0.060| 0.289_0.008 0.117|
| 0.518 0.050 0.103| 0.240 0.066_0.005|
+-----+
| 5.446_0.846_0.855| 7.226_0.341_0.251|
```

|_0.846 5.629 1.960|_0.341 5.733 0.351|

|_0.855 1.960 8.846|_0.251 0.351 5.903|

+-----+-----+

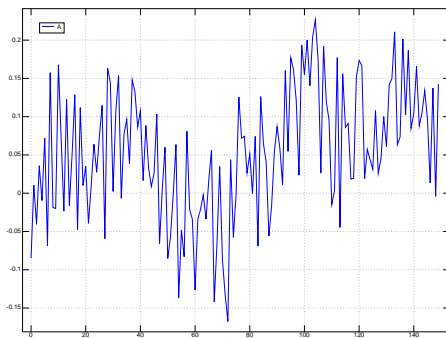


図 1 DATA A

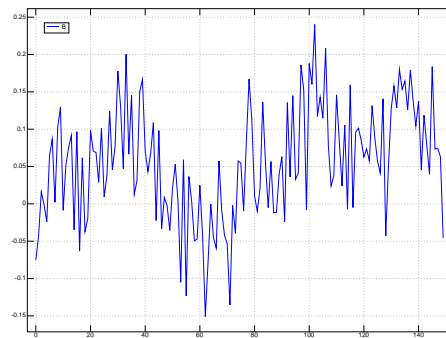


図 2 DATA B

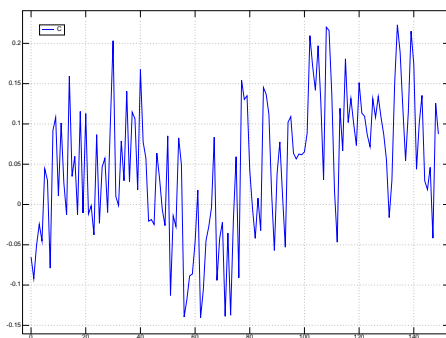


図 3 DATA C

2 インパルス応答

インパルス応答は時間領域における伝達特性の解析である。^{*1}インパルスとはシステムに突然加えられた衝撃であり、それがどのように相互相関係数を介して伝わるかを分析する。

$$Z(s) = \Phi Z(s-1) + V(s)$$

状態方程式を AR 係数行列を用いて作成する。

*1 周波数領域では周波数伝達関数が受け持つ。

$$\Phi = \begin{bmatrix} A(1) & A(2) & A(3) & \cdots & A(M-1) & A(M) \\ I & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & I & 0 \end{bmatrix}$$

2.1 2変数の状態方程式の例と計算過程

状態方程式

$$Z(s) = \Phi Z(s-1) + V(s)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} A(1) & A(2) \\ I & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(1) & a_{12}(1) & a_{11}(2) & a_{12}(2) \\ a_{21}(1) & a_{22}(1) & a_{21}(2) & a_{22}(2) \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$V(s)$ はノイズ項からなる行列

$$V(s) = \begin{bmatrix} E(s) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1(s) \\ z_2(s) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Z(0) = \begin{bmatrix} x(0) \\ x(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_1(-1) \\ x_2(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} Z(1) &= \Phi Z(0) + V(1) = \begin{bmatrix} A(1) & A(2) \\ I & 0 \end{bmatrix} Z(0) + \begin{bmatrix} E(1) \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a_{11}(1) & a_{12}(1) & a_{11}(2) & a_{12}(2) \\ a_{21}(1) & a_{22}(1) & a_{21}(2) & a_{22}(2) \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ Z(2) &= \begin{bmatrix} a_{11}(1) & a_{12}(1) & a_{11}(2) & a_{12}(2) \\ a_{21}(1) & a_{22}(1) & a_{21}(2) & a_{22}(2) \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(1) \\ a_{12}(1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11}(2) \\ z_{21}(2) \\ z_{12}(2) \\ z_{22}(2) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$Z(3) = \begin{bmatrix} a_{11}(1) & a_{12}(1) & a_{11}(2) & a_{12}(2) \\ a_{21}(1) & a_{22}(1) & a_{21}(2) & a_{22}(2) \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11}(1) \\ a_{12}(1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

この部分を反復して内積演算を行えばよい。回数は(Φの項数で止めているが)20,30回と指定してもよい。

$$\begin{bmatrix} a_{11}(1) \\ a_{12}(1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

経過と説明 状態方程式

```
impulse_mat_sub 2 varmain ccf2 DAT
```

```
_0.042  0.492  _0.082  0.06  0.338  0.128
 0.428  0.028  _0.059  0.288  0.008  0.116
 0.518  0.050  0.103  0.240  0.066  _0.004
      1    0    0    0    0    0
      0    1    0    0    0    0
      0    0    1    0    0    0
```

インパルスの矢

```
,.ARROW
```

```
+-----+
|1 0 0 0 0 0|  A
+-----+
|0 1 0 0 0 0|  B
+-----+
|0 0 1 0 0 0|  C
+-----+
```

```
impulse 2 varmain ccf2 DAT
```

```
+-----+
```

1	0	0	
0.0417323	0.428024	0.518282	
0.230277	0.252217	0.293588	
0.299799	0.133131	0.178242	
0.175606	0.220172	0.251121	A
0.166637	0.172743	0.207996	
0.178595	0.142043	0.172113	
+-----+			
0	1	0	
0.492332	0.0286744	0.050011	
0.32835	0.200217	0.328189	
0.103808	0.274437	0.334063	B
0.233325	0.163805	0.19267	
0.197415	0.159746	0.190602	
0.149186	0.1662	0.196016	
+-----+			
0	0	1	
0.0820309	0.0599104	0.10349	
0.0942977	0.0737952	0.0396384	
0.0237331	0.0337471	0.02428	C
0.0392207	0.0316638	0.0442415	
0.0263197	0.0244553	0.0343134	
0.026924	0.0261446	0.0297238	
+-----+			

サンプルデータのインパルス応答（閉鎖系）の図

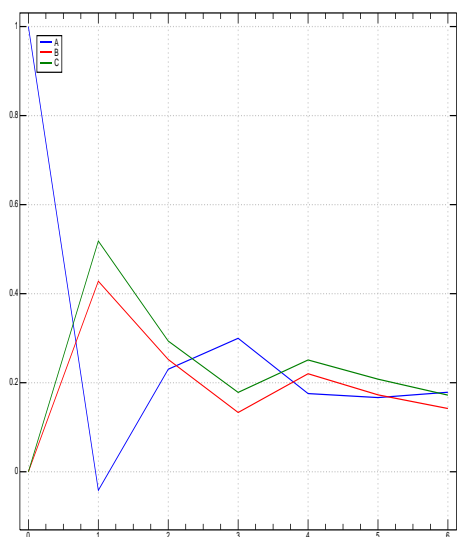


図 4 Impulse to A)

A へのインパルス入力少し遅れて
B に伝わり、ついで C に伝わる。

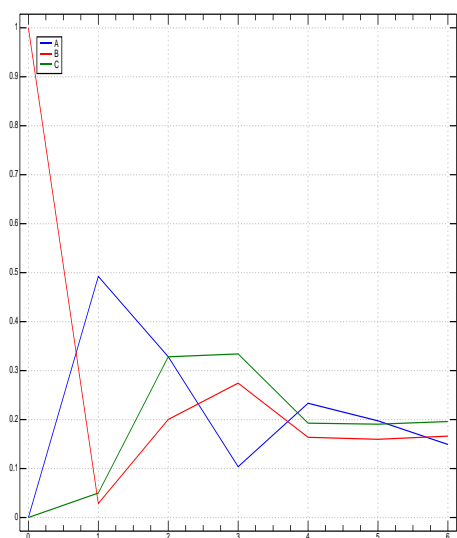


図 5 Impulse to B

B にインパルス入力すると A に伝
わり、少し遅れて C に伝わる。

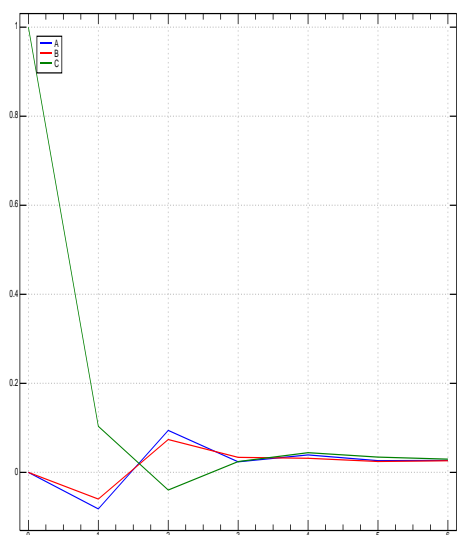


図 6 Impulse to C

C へのインパルス入力は A,B に伝わらない。A と B とは相互に制御しあっているが C によっては制御されていない

Reference 和田孝雄「生体のゆらぎとリズム」講談社サイエンスブック 1997
赤池弘次・中川東一郎 「ダイナミックシステムの統計的解析と制御(新版)」サイエ
ンス社 1972/2000