

フィボナッチ数列をめぐる二、三の話題

西川 利男

1. フィボナッチ数列と Eigen View Graphics

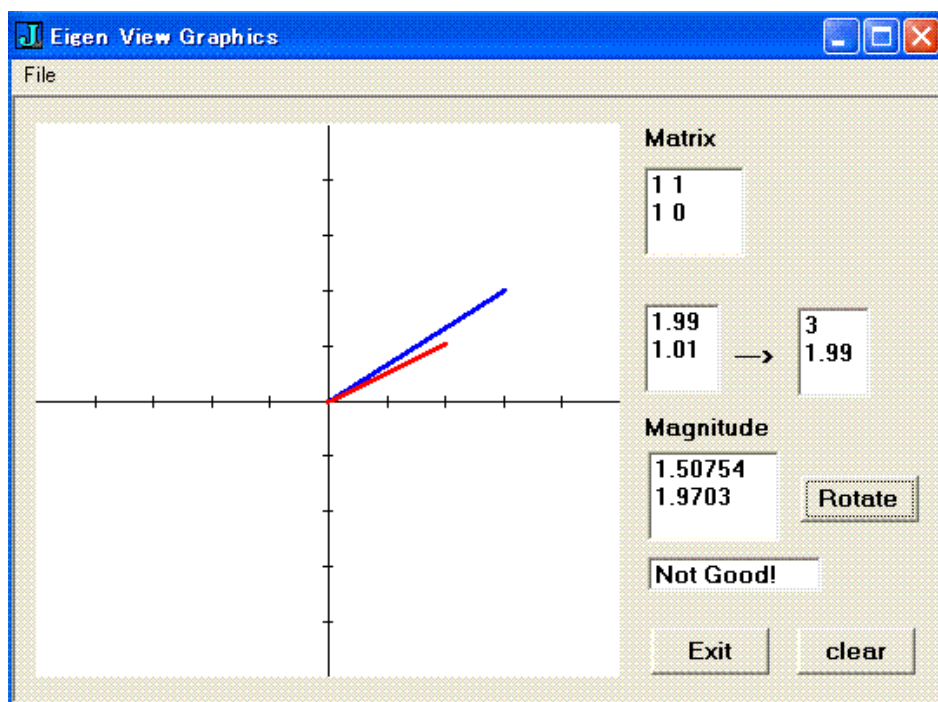
フィボナッチ数列の漸化式の定義

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, F_1 = 1, F_2 = 1$$

は差分方程式 (Difference Equation) と見ることもできる。そして、これはまた次の線形変換として扱うこともできる。

$$\begin{pmatrix} F_{n+2} \\ F_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{n+1} \\ F_n \end{pmatrix} \quad \text{G. ストラング「線形代数とその応用」 p. 217, 産業図書}$$

これを Eigen View Graphics で実験してみよう。



フィボナッチ数列は、ベクトル(1, 1)から始めて(2, 1) → (3, 2) → (5, 3) と次々と、グラフの座標点として求められる。そして拡大率はだんだんと $1.61\cdots = (1 + \sqrt{5})/2$ 黄金比に近づいていく。この値は変換行列の固有値に他ならない。

2. フィボナッチ数列を求めるJのいろいろな再帰呼び出しプログラム

NB. Fibonacci explicit definition

```
fibonacci =: 3 : 0
  if. * y.
    do.
      z=. fibo <: y.
      z, (+/_2&{. z)
    return.
  else.
    1
  return.
end.
)
```

```
fibonacci 10
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89
```

NB. Fibonacci tacit definition

```
fibonacci =: 1 : `(([],+/@(_2&{.))@fib@<:) @. *
```

```
fibonacci 10
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89
```

NB. Fibonacci self-reference definition

```
(1 : `(([],+/@(_2&{.))@$:@<:) @. *) 10
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89
```