

# 判別分析

帝京平成大学 鈴木義一郎

## § 1 判別分析モデルの平均ベクトルと分散共分散行列の推定

```
damean=: (+/%#)"1&> NB. ボックス形で与えられたデータの平均ベクトル
dav=: [: (+/ .*|:) (-mean)"1 NB. 行と列の変動に関する偏差平方和を与える
davarm=: ([:+/%#>)%[:+/%#@|:> NB. 分散共分散行列を与える関数
```

```
MIN2=. 2.1 1.5 2.9 3 3.3 3.7 4.7 4.2 4.8 4.9 3 2.9 1.1 1.8
MIN2=:MIN2, 2 3.7 5 3.3 0.5 0.9 0.5 _1.4 _0.4 2.3 3.9 8.4 7.2 6.7
MIN3=:6.7 4.6 5.2 4 5 6.7 13.4 9.1 6.6 4.6 7.7 6.1 4.6 9.2 6.2 4.3
MIN3=:MIN3, 3.5 5.6 6.9 8 6.3 8.4 5.4 4.2 3 10.4 8.4 6.3 12 10.4 7.9
MAX2=:9.9 8.6 9.1 8.4 10.1 9.4 11.7 10.2 12.5 12.3 12.6 10.4 9.5 10.8
MAX2=:MAX2, 11.2 9.3 11.8 10.9 9 12.1 13.9 4.6 9.6 13.1 16.1 18 13.4 13.9
MAX3=:10+10 1.3 _2.3 1.4 5.2 5.6 11.9 5.7 4.6 4.3 10.2 4.7 3.7 8.4 1.2 _3.6
MAX3=:MAX3, 10+2.4 3.4 4.4 3 5.7 3.1 _0.4 0.1 5.9 7.5 1.9 7.2 7.4 15.1 4.6
A=:MIN2, :MAX2 [ B=:MIN3, :MAX3
NB. 東京地区の平成9年の2月と3月の最低気温と最高気温のデータ
```

<pre>]M=:damean A;B 3.08929 11.1571 6.79677 14.6323</pre>	<pre>]MO=: -: @+ /damean A;B 4.94303 12.8947</pre>	<p>1行目、2行目がそれぞれA、Bの平均ベクトルMで、それらの中点を与えている。</p>				
<pre>dav L:0 A;B</pre> <table border="1" data-bbox="255 1680 742 1758"> <tr> <td>134.867 101.817</td> <td>187.47 190.273</td> </tr> <tr> <td>101.817 184.009</td> <td>190.273 479.068</td> </tr> </table>		134.867 101.817	187.47 190.273	101.817 184.009	190.273 479.068	<p>AとBに「dav」を実行した結果をボックス形で出力している。 、これらの合計をQに挿入して表示している。</p>
134.867 101.817	187.47 190.273					
101.817 184.009	190.273 479.068					
<pre>]N=:#@ :&gt; A;B 28 31</pre>	<pre>]Q=:+ /dav&amp;&gt; A;B 322.336 292.09 292.09 663.076</pre>	<p>AとBそれぞれのデータ数と分散共分散行列の合計をQに挿入している。</p>				
<pre>Q % +/N</pre>	<pre>]V=:davarm A;B</pre>	<p>A、B 2種類のデータの分散共分散行列の加</p>				

5. 46333 4. 95068 4. 95068 11. 2386	5. 46333 4. 95068 4. 95068 11. 2386	重平均を出力。「davarm」は2(多)次元データの対の分散共分散行列を出力する。
--	--	---

## § 2 線形判別関数

```
dacoef=[:-/damean %."1 2 davarm NB. 線形判別関数の係数を与える関数
dapoint=:dacoef*[:-:@+/damean NB. 線形判別関数の判別点を与える関数
davalue=:3 :0
NB. 線形判別関数の値を与える関数
(p=. dapoint y.);c=. dacoef y.
(+/(c*>{. y.)-p);+/(c*>{:y.)-p
)
```

-/ M %. V  _0. 562971 0. 765649	]C=:dacoef A;B  _0. 663111 _0. 0171071	線形判別関数の係数を求めてCに挿入し表示している。
]M0=::-:@+/ damean A;B 4. 94303 12. 8947 C * M0 _3. 27778 _0. 220591 ]P=:dapoint A;B 3. 27778 _0. 220591		AとBの平均ベクトルの中点を求めて、M0に挿入し表示している。  M0に線形判別関数の係数Cを掛けている。  上と同じ結果で、2つのグループに判別するときの判別点を与える。
]5{."1 DA=:C * A  _1. 39253 _0. 994667 _1. 92302 _1. 98933 _2. 18827 _0. 169361 _0. 147121 _0. 155675 _0. 1437 _0. 172782 ]5{."1 DB=:C * B  _4. 44285 _3. 05031 _3. 44818 _2. 65245 _3. 31556 0. 342143 0. 193311 0. 131725 0. 195021 0. 260028		
5{."1 DA-P  1. 88525 2. 28311 1. 35476 1. 28845 1. 08951 0. 0512308 0. 07347 0. 0649165 0. 0768915 0. 0478093 5{."1 DB-P		

<pre> _1. 16507  0. 227467   _0. 1704  0. 625334  _0. 0377775 _0. 121551  0. 0272808  0. 0888665  0. 02557  _0. 0394371 &gt;5{.L:0 DV=:davalue A;B 1. 93648  2. 35658    1. 41967  1. 36534    1. 13732 _1. 28662  0. 254748  _0. 0815333  0. 650904  _0. 0772146 </pre>	<p>この値の正負により、AとBのグループへ判別される。</p>
<pre> 5{."1 DV=:davalue A;B 9. 18047  8. 52291  8. 11757  7. 52532  8. 65803 1. 66826  _3. 81065  _6. 90476  _3. 3963  _1. 0498 </pre>	<p>最初(最後)の行がA (B)というデータの判別関数の値で、A (B)では最後(最初)の要素が負(正)であるから、間違って判別されることになる</p>
<pre> DV&gt;0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 DV&gt;0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 1 0 </pre>	

**【ワールドカップの決勝トーナメント1回戦のデータ】**

DS=:2 4 22 3 16 11 15 63 375 5	ドイツ:スウェーデン
DS=:DS;0 4 19 2 20 2 3 37 186 5	アルゼンチン:メキシコ
AM=:2 6 30 8 23 5 6 51 381 1	イングランド:エクアドル
AM=:AM;1 5 31 2 28 3 9 49 263 3	ポルトガル:オランダ
NB. 6/24	イタリア:オーストラリア
EE=:1 5 30 3 13 4 4 49 287 5	ウクライナ:スイス
EE=:EE;0 7 16 6 24 3 6 51 255 3	
NB. 6/25	
PH=:1 3 17 4 10 6 4 38 134 2	
PH=:PH;0 5 14 2 15 9 11 62 324 5	
NB. 6/25	
IA=:1 2 28 2 17 6 5 41 237 4	

IA=:IA;0 2 19 2 26 4 4 59 387 3 NB. 6/26 US=:0 6 24 1 20 2 8 45 269 2 US=:US;0 5 21 0 24 6 6 55 108 4 NB. 6/26 BG=:3 3 28 5 18 10 1 48 321 1 BG=:BG;0 4 23 4 24 7 11 52 348 3 NB. 6/27 FS=:3 5 31 8 23 5 4 39 190 1 FS=:FS;1 8 31 2 29 2 5 61 371 2 NB. 6/27	ブラジル:ガーナ  フランス:スペイン
--	---------------------------

【準々決勝】

DA=:1 4 45 3 23 5 5 42 246 2 DA=:DA;1 6 26 3 32 5 7 58 384 2 NB. 6/31 IU=:3 1 33 2 15 7 3 41 196 2 IU=:IU;0 3 17 2 31 7 6 59 285 3 NB. 6/31 PE=:0.5 4 21 3 10 9 11 57 507 2 PE=:PE;0 6 13 0 21 4 5 43 335 3 NB. 7/1 FB=:1 7 24 5 17 5 4 45 258 3 FB=:FB;0 5 22 2 22 1 6 55 312 3 NB. 7/1	ドイツ:アルゼンチン  イタリア:ウクライナ  ポルトガル:イングランド  フランス:ブラジル
---	---

【準決勝】

ID=:2 12 23 11 19 10 5 57 396 2 ID=:ID;0 4 30 2 21 2 11 43 314 5 NB. 7/4 FP=:1 3 22 0 11 4 1 41 269 1 FP=:FP;0 8 11 4 18 5 7 59 283 3 NB. 7/5	イタリア:ドイツ  フランス:ポルトガル
---	----------------------------

【3位決定戦】

DP=:3 2 18 1 15 5 7 43 208 2 DP=:DP;0 7 16 3 15 8 5 57 363 5 NB. 7/8	【決勝】 IF=:1 5 26 4 17 3 2 55 343 1 IF=:IF;1 7 21 2 24 5 8 45 393 3 NB. 7/9
---	---

【決勝トーナメントデータの判別分析】

\$A1=:  :}."1>{."1 TT1 9 8 \$B1=:  :}:"1>{."1 TT1 9 8	\$A2=:  :}."1>{."1 TT2 9 8 \$B2=:  :}:"1>{."1 TT2 9 8	\$A=:  :}."1>{."1 TT 9 16 \$B=:  :}:"1>{."1 TT 9 16												
TD1=:davalue A1;B1 .. (>0:)L:0 TD1 <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>1 1 1 1 1 1 1</td></tr> <tr><td>1</td></tr> <tr><td>0 0 0 0 0 0 0</td></tr> <tr><td>0</td></tr> </table>	1 1 1 1 1 1 1	1	0 0 0 0 0 0 0	0	TD2=:davalue A2;B2 .. (>0:)L:0 TD2 <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>1 1 1 1 1 1 1</td></tr> <tr><td>1</td></tr> <tr><td>0 0 0 0 0 0 0</td></tr> <tr><td>0</td></tr> </table>	1 1 1 1 1 1 1	1	0 0 0 0 0 0 0	0	TD2=:davalue A;B .. (>0:)L:0 TD <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1</td></tr> <tr><td>1</td></tr> <tr><td>0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0</td></tr> <tr><td>0</td></tr> </table>	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	1	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0
1 1 1 1 1 1 1														
1														
0 0 0 0 0 0 0														
0														
1 1 1 1 1 1 1														
1														
0 0 0 0 0 0 0														
0														
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1														
1														
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0														
0														
6.2":dacoef A1;B1		トーナメント一回戦の判別												

<p>2.43 1.52 _1.14 2.68 _1.13 _2.52 4.94 _0.36</p> <p>0.11</p>	関数のパラメータ。
<p>6.2":dacoef A2;B2</p> <p>_7.10 _0.06 _0.92 4.66 _2.07 _1.88 5.49 _0.05</p> <p>0.28</p>	準々決勝・準決勝・3位決定戦・決勝
<p>6.2":dacoef A;B</p> <p>_1.89 0.65 _0.60 1.93 _1.47 _1.72 3.65 _0.11</p> <p>0.14</p>	全トーナメントでの判別関数のパラメータ。

## 数独問題

帝京平成大学 鈴木義一郎

与えられた「数独問題」の空欄には“0”を挿入して、9つのブロック内の3×3行列を次のように定義し、それらを3×3のボックス形に変形した変数をUに挿入する。

U11=:3 3\$2 3 0 6 0 0 0 0 4	U=:U11;U12;U13;U21;U22;U23;U31;U32;U33																																																																																																													
U12=:3 3\$0 6 0 1 0 0 0 2 9	]U=:3 3 \$ U																																																																																																													
U13=:3 3\$7 0 0 3 0 0 0 1 8	<table border="1"> <tr><td>2</td><td>3</td><td>0</td><td>6</td><td>7</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td></td><td>9</td><td></td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>6</td><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>5</td><td>0</td></tr> <tr><td>7</td><td></td><td>0</td><td></td><td>6</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>7</td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td><td>2</td><td>9</td><td>8</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>6</td><td></td><td>7</td><td></td><td>5</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>3</td></tr> <tr><td>8</td><td></td><td>0</td><td></td><td>2</td><td></td></tr> </table>		2	3	0	6	7	0	0		0		0		6	0	1	0	3	0	0		0		0		0	0	0	2	0	1	4		9		8		0	6	0	0	9	0	0		1		0		8	0	0	3	5	0	7		0		6		0	0	5	0	0	7	3		0		0		1	4	2	9	8	0	0		0		0		0	0	0	0	0	0	6		7		5		0	0	0	5	0	3	8		0		2	
2	3	0	6	7	0																																																																																																									
0		0		0																																																																																																										
6	0	1	0	3	0																																																																																																									
0		0		0																																																																																																										
0	0	0	2	0	1																																																																																																									
4		9		8																																																																																																										
0	6	0	0	9	0																																																																																																									
0		1		0																																																																																																										
8	0	0	3	5	0																																																																																																									
7		0		6																																																																																																										
0	0	5	0	0	7																																																																																																									
3		0		0																																																																																																										
1	4	2	9	8	0																																																																																																									
0		0		0																																																																																																										
0	0	0	0	0	0																																																																																																									
6		7		5																																																																																																										
0	0	0	5	0	3																																																																																																									
8		0		2																																																																																																										
U21=:3 3\$0 6 0 8 0 7 0 0 3																																																																																																														
U22=:3 3\$0 0 1 0 3 0 5 0 0																																																																																																														
U23=:3 3\$9 0 0 5 0 6 0 7 0																																																																																																														
U31=:3 3\$1 4 0 0 0 6 0 0 8																																																																																																														
U32=:3 3\$2 9 0 0 0 7 0 5 0																																																																																																														
U33=:3 3\$8 0 0 0 0 5 0 3 2																																																																																																														

]P=: (.+/{:})9 1*(3*0 2)+/i.3 6 7 8 15 16 17 24 25 26	(0 2)という位置にある3×3行列の(i.9 9)に対応する数値を与えた行列をPに挿入している。
]Q=: (=0:)><(k) {U 0 1 1 0 1 1 1 0 0	]R=: , P*Q 0 7 8 0 16 17 24 0 0
]S=: ((~:0:)R)#R	Rから0を除いた数列をSに挿入している。

	7 8 16 17 24	
((2:#9:)#:]S 0 7 0 8 1 7 1 8 2 6	0 2 index U 0 7 0 8 1 7 1 8 2 6	Sの数値を“9進数”に変換している。この9×9行列としての「インデックス」を一気に出力するのが「index」という関数である。

そこで、以下のような関数群を定義する。

index=:4 :0 p=. , ({.+/{:}9 1*(3*x.)+/.3 (2:#9:)#:] (, (=0:)><x.) {y.})#p )	右引数で与えたUという行列の左引数で与えた位置にある3×3行列の0になっている場所の9×9行列としての「インデックス」を与える。
sct0=:4 :' (t~:0)#t=. ;(3 x.) {&. ><x. %3} {y.}' sct1=:4 :' (t~:0)#t=. ;(3 x.) {"1&. ><x. %3} {"1 y.}' 「sct0(sct1)」は、右引数で与えた行列の左引数で与えた行(列)に含まれている数を出力。	
modify_d=:4 :0 p=. (t~:0)#t=. , q=. ><x.) {y. if. 9=#p do. r=. '' else. h=. x. index y. c=. (i. 9)+-k=. _1+#r=. '' while. k<<:#h do. a=. (k=. k+1) {h q=. (({.a) sct0 y.) , ({:a) sct1 y. b=. (-. c e. ~. p, q)#c if. 1=#b do. r=. r, <a, b else. r end. end. end. )	modify_m=:3 :0 h=. 3 3#i. 10+k=. _1+#r=. '' while. k<8 do. r=. r, ((k=. k+1) {h) modify_d y. end. ) red=:3 :0 ' b a' =: ((2: {."1]) ; {:"1)>modify_m r=. y. b=. <"1(3 b) [ c=. <"1<. b%4+d=. _1 while. d<<:#a do. r=. (<(d{a) (d{b})>p{r) (p=. (d=. d+1) {c) }r end. )

0 2 index U	0 sct0 U	「index」は、Uという引数の(0, 2)の位置にある
-------------	----------	------------------------------



<pre>0 7 0 8 1 7 1 8 2 6</pre>	<pre>2 3 6 7 7 sct1 U 1 7 3 8 sct1 U 8 6 5 2</pre>	<p>3×3 行列の 0 になっている場所の 9×9 行列としての「インデックス」を与える。</p> <p>「sct0(sct1)」という関数は、右引数で与えた U の左引数で与えた行(列)に含まれている数字を出力する。</p>																																																																																																												
<pre>0 2 modify_d U</pre> <table border="1" data-bbox="252 629 341 703"> <tr><td>2</td><td>6</td></tr><tr><td>6</td><td></td></tr></table> <pre>modify_m U</pre> <table border="1" data-bbox="252 725 593 799"> <tr><td>2</td><td>6</td><td>6</td><td>2</td><td>6</td><td>7</td><td>6</td><td>8</td></tr><tr><td>6</td><td></td><td>5</td><td></td><td>6</td><td></td><td>7</td><td></td></tr></table>		2	6	6		2	6	6	2	6	7	6	8	6		5		6		7		<p>U という引数の (0, 2) の位置にある 3×3 行列の 0 になっている場所で候補数字が 1 つだけの位置(最初の 2 つ)と挿入する数値(最後の数)を出力する。「modify_m」は候補数字が 1 つだけの位置と挿入する数値を全て表示している。</p>																																																																																								
2	6																																																																																																													
6																																																																																																														
2	6	6	2	6	7	6	8																																																																																																							
6		5		6		7																																																																																																								
<pre>]U1=:red U</pre> <table border="1" data-bbox="239 913 494 1570"> <tr><td>2</td><td>3</td><td>0</td><td>6</td><td>7</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>6</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>6</td><td>1</td></tr><tr><td>4</td><td></td><td>9</td><td></td><td>8</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td>6</td><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>8</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>5</td><td>0</td></tr><tr><td>7</td><td></td><td>0</td><td></td><td>6</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>7</td></tr><tr><td>3</td><td></td><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>4</td><td>2</td><td>9</td><td>8</td><td>6</td></tr><tr><td>5</td><td></td><td>0</td><td></td><td>7</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>6</td><td></td><td>7</td><td></td><td>5</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>3</td></tr><tr><td>8</td><td></td><td>0</td><td></td><td>2</td><td></td></tr></table>		2	3	0	6	7	0	0		0		0		6	0	1	0	3	0	0		0		0		0	0	0	2	6	1	4		9		8		0	6	0	0	9	0	0		1		0		8	0	0	3	5	0	7		0		6		0	0	5	0	0	7	3		0		0		1	4	2	9	8	6	5		0		7		0	0	0	0	0	0	6		7		5		0	0	0	5	0	3	8		0		2		<pre>number0=:[:+/@;([:+/@,(=0:))&amp;&gt;</pre> <p>NB. 右引数の行列に含まれる 0 の個数</p> <pre>number0 U</pre> <p>46</p> <pre>number0 U1</pre> <p>42</p> <pre>number0 U2=:red^:2 U</pre> <p>39</p> <pre>number0 U3=:red^:3 U</pre> <p>37</p> <pre>number0 U4=:red^:4 U</pre> <p>34</p>
2	3	0	6	7	0																																																																																																									
0		0		0																																																																																																										
6	0	1	0	3	0																																																																																																									
0		0		0																																																																																																										
0	0	0	2	6	1																																																																																																									
4		9		8																																																																																																										
0	6	0	0	9	0																																																																																																									
0		1		0																																																																																																										
8	0	0	3	5	0																																																																																																									
7		0		6																																																																																																										
0	0	5	0	0	7																																																																																																									
3		0		0																																																																																																										
1	4	2	9	8	6																																																																																																									
5		0		7																																																																																																										
0	0	0	0	0	0																																																																																																									
6		7		5																																																																																																										
0	0	0	5	0	3																																																																																																									
8		0		2																																																																																																										
<pre>answer=:3 :0 (n=. number0 r=. y.)+k=. 0 while. n&gt;0 do. r=. red r (k=. k+1):n=. number0 r end. (&lt;k),&lt;r )</pre>		<pre>A=:answer U &gt;{. A 11 &gt;{:A</pre>																																																																																																												

2	3	4	6	7	5
1		8		9	
6	8	1	7	3	2
9		5		4	
7	5	3	2	6	1
4		9		8	
5	6	7	4	9	8
2		1		3	
8	1	9	3	5	4
7		2		6	
4	9	5	8	2	7
3		6		1	
1	4	2	9	8	6
5		3		7	
3	2	8	1	4	9
6		7		5	
9	7	6	5	1	3
8		4		2	

```

test=:4 :0
p=. (t~:0)#t=. , q=. >(<x.) {y.
h=. x. index y.
c=. (i. 9)+-k=. _1+#r=. ''
while. k<<:#h
  do. a=. (k=. k+1) {h
    q=. (({:a)sct0 y.), ({:a)sct1 y.
    r=. r, <(-. c e. ~. p, q)#c
  end.
)

```

V11=:3 3\$0 2 0 9 0 0 0 0 0	V=:3 3\$V11;V12;V13;V21;V22;V23;V31;V32;V33		
V12=:3 3\$0 0 8 0 1 0 0 6 0	V		
V13=:3 3\$0 0 5 4 0 0 1 3 0	0 2	0 0	0 0
V21=:3 3\$0 0 0 0 4 9 7 0 0	0	8	5
V22=:3 3\$1 0 6 0 0 0 3 0 5	9 0	0 1	4 0
V23=:3 3\$0 0 9 6 5 0 0 0 0	0	0	0
V31=:3 3\$0 5 1 0 0 7 6 0 0	0 0	0 6	1 3
V32=:3 3\$0 2 0 0 5 0 7 0 0	0	0	0
V33=:3 3\$0 0 0 0 0 6 0 8 0	0 0	1 0	0 0
	0	6	9
	0 4	0 0	6 5
	9	0	0
	7 0	3 0	0 0
	0	5	0
	0 5	0 2	0 0
	1	0	0
	0 0	0 5	0 0
	7	0	6
	6 0	7 0	0 8
	0	0	0

<p>UU13=:3 3\$7 0 0 3 0 0 6 1 8</p> <p>UU31=:3 3\$1 4 5 0 0 6 0 0 8</p> <p>UU33=:3 3\$8 6 7 0 0 5 0 3 2</p> <p>UU=:U11;U12;UU13;U21;U22;U23;UU31;U32;UU33</p>	<p>]UU9=:3 3 \$ UU</p> <table border="1"> <tr><td>2</td><td>3</td><td>0</td><td>6</td><td>7</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>6</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td></td><td>9</td><td></td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>6</td><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>5</td><td>0</td></tr> <tr><td>7</td><td></td><td>0</td><td></td><td>6</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>7</td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td><td>2</td><td>9</td><td>8</td><td>6</td></tr> <tr><td>5</td><td></td><td>0</td><td></td><td>7</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>6</td><td></td><td>7</td><td></td><td>5</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>3</td></tr> <tr><td>8</td><td></td><td>0</td><td></td><td>2</td><td></td></tr> </table>	2	3	0	6	7	0	0		0		0		6	0	1	0	3	0	0		0		0		0	0	0	2	6	1	4		9		8		0	6	0	0	9	0	0		1		0		8	0	0	3	5	0	7		0		6		0	0	5	0	0	7	3		0		0		1	4	2	9	8	6	5		0		7		0	0	0	0	0	0	6		7		5		0	0	0	5	0	3	8		0		2	
2	3	0	6	7	0																																																																																																								
0		0		0																																																																																																									
6	0	1	0	3	0																																																																																																								
0		0		0																																																																																																									
0	0	0	2	6	1																																																																																																								
4		9		8																																																																																																									
0	6	0	0	9	0																																																																																																								
0		1		0																																																																																																									
8	0	0	3	5	0																																																																																																								
7		0		6																																																																																																									
0	0	5	0	0	7																																																																																																								
3		0		0																																																																																																									
1	4	2	9	8	6																																																																																																								
5		0		7																																																																																																									
0	0	0	0	0	0																																																																																																								
6		7		5																																																																																																									
0	0	0	5	0	3																																																																																																								
8		0		2																																																																																																									

<pre>select0=:[:((~:0:)#)][:;{.@[[L:0{:@[[] select1=:[:((~:0:)#)][:;{.@[{"1 L:0{:@[{"1] select2=:[:((~:0:)#)][:;@;&lt;@[[] select=:([:-.(1:+i.@9:)e.])#1:+i.@9:</pre>		<pre>detect=:4 :0 r=. ( . (k=:2#3)#: {x.)select0 y. r=. r, ( . (k=:2#3)#: {x.)select1 y. select~.r, (&lt;.x.%3)select2 y. )</pre>	
<pre>0 2 detect U9 1 5 9 0 3 detect U9 4 8 0 5 detect U9 4 5 8 0 7 detect U9 4 5 9 0 8 detect U9 4 9</pre>	<pre>1 1 detect U9 5 7 8 9 1 2 detect U9 5 9 1 4 detect U9 4 7 8 1 5 detect U9 4 5 8 1 7 detect U9 2 4 5 9 1 8 detect U9 4 9</pre>	<pre>2 0 detect U9 5 7 2 1 detect U9 5 7 2 3 detect U9 3 7 2 6 detect U9 6</pre>	<pre>3 0 detect U9 4 5 3 2 detect U9 2 5 3 3 detect U9 4 7 8 3 4 detect U9 4 7 8 3 7 detect U9 2 4 8 3 8 detect U9 3 4</pre>

4 1 detect U9			
1 2 9			
4 3 detect U9			
4 9			
4 5 detect U9			
2 4			
4 7 detect U9			
2 4			
0 2 detect U9			
1 5 9			
6 2 detect U9			
5			
6 5 detect U9			
3 6			
6 7 detect U9			
6			
6 8 detect U9			
7			

0 2 detect UU9 1 9 0 3 detect UU9 4 8 0 5 detect UU9 4 5 8 0 7 detect UU9 4 5 9 0 8 detect UU9 4 9	1 1 detect UU9 5 7 8 9 1 2 detect UU9 9 1 4 detect UU9 4 7 8 1 5 detect UU9 4 5 8 1 7 detect UU9 2 4 5 9 1 8 detect UU9 4 9	2 0 detect UU9 5 7 2 1 detect UU9 5 7 2 3 detect UU9 3 7	3 0 detect UU9 4 5 3 2 detect UU9 2 3 3 detect UU9 4 7 8 3 4 detect UU9 4 7 8 3 7 detect UU9 2 4 8 3 8 detect UU9 3 4
4 1 detect UU9 1 2 9 4 3 detect UU9 4 9 4 5 detect UU9 2 4 4 7 detect UU9 2 4	5 1 detect UU9 1 2 9 5 4 detect UU9 4 8 5 5 detect UU9 2 4 6 8 5 6 detect UU9 1 2 4 5 8 detect UU9 1 4 6 5 detect UU9 3	7 0 detect UU9 3 9 7 1 detect UU9 2 9 7 3 detect UU9 3 4 8 7 4 detect UU9 1 4 8 7 6 detect UU9 1 4 7 7 detect UU9 4 9	8 0 detect UU9 7 9 8 1 detect UU9 7 9 8 3 detect UU9 4 6 8 5 detect UU9 4 6 8 6 detect UU9 1 4

UU11=:3 3\$2 3 0 6 0 9 0 0 4 UU21=:3 3\$0 6 2 8 0 7 0 0 3 UU32=:3 3\$2 9 3 0 0 7 0 5 0 UUU=:UU11:U12:UU13:UU21:U22:U23:UU31:UU32:UU33	]UUU9=:3 3 \$ UUU
--	-------------------





	5 6 detect UUU9 1 2 4	7 6 detect UUU9 1 4	8 6 detect UUU9 1 4
	5 8 detect UUU9 1 4	7 7 detect UUU9 4 9	



```

digit_r=:[:((~:0:)#)]([:|. (2:#3:)#:#: D)({.@([[: , {&> }[:@[[]])
digit_c=:[:((~:0:)#)]([:|. (2:#3:)#:#: D)({.@([[: , {"1&> }[:@[{"1"]])
  0 digit_r U9
2 3 6 7
  1 digit_r U9
6 1 3
  2 digit_r U9
4 2 9 1 8
  0 digit_c U9
2 6 8 1
  1 digit_c U9
3 6 4
  2 digit_c U9
4 7 3 6 8
X11=:3 3$2 3 1 6 8 9 7 5 4
X12=:3 3$4 6 8 1 7 5 3 2 9
X13=:3 3$7 5 9 3 2 4 6 1 8
X21=:3 3$5 6 2 8 1 7 4 9 3
X22=:3 3$7 4 1 9 3 2 5 8 6
X23=:3 3$9 8 3 5 4 6 2 7 1
X31=:3 3$1 4 5 3 2 6 9 7 8
X32=:3 3$2 9 3 8 1 7 6 5 4
X33=:3 3$8 6 7 4 9 5 1 3 7
X=:X11:X12:X13:X21:X22:X23:X31:X32:X33

```

Y11=:X11	V11=:U11	
' Y12 Y21' =:(+3:)L:0 X12:X21	' V12 V21' =:(+3:)L:0 U12:U21	
' Y13 Y22 Y31' =:(+6:)L:0 X13:X22:X31	' V13 V22 V31' =:(+6:)L:0 U13:U22:U31	
' Y23 Y32' =:(+9:)L:0 X23:X32	' V23 V32' =:(+9:)L:0 U23:U32	
Y33=:12+X33	V33=:12+U33	
Y9=:3	3	\$
Y=:Y11;Y12;Y13;Y21;Y22;Y23;Y31;Y32;Y33		
V9=:3	3	\$
V=:V11;V12;V13;V21;V22;V23;V31;V32;V33		

sum0=:[:+/([:{.D}[:{,>})[:{:D}]

sum1=:[:+/([:{.D}[:{,"1>})[:{:D}{"1]

0 0 sum0 Y9 72	0 1 sum0 Y9 99	0 2 sum0 Y9 126	
1 0 sum0 Y9 72	1 1 sum0 Y9 99	1 2 sum0 Y9 126	
2 0 sum0 Y9 72	2 1 sum0 Y9 99	2 2 sum0 Y9 126	
0 0 sum1 Y9 72	0 1 sum1 Y9 99	0 2 sum1 Y9 126	
1 0 sum1 Y9 72	1 1 sum1 Y9 99	1 2 sum1 Y9 126	
2 0 sum1 Y9 72	2 1 sum1 Y9 99	2 2 sum1 Y9 126	

0 0 sum0 V9 45	0 1 sum0 V9 70	0 2 sum0 V9 105	
1 0 sum0 V9 37	1 1 sum0 V9 83	1 2 sum0 V9 99	
2 0 sum0 V9 51	2 1 sum0 V9 69	2 2 sum0 V9 99	
0 0 sum1 V9 44	0 1 sum1 V9 62	0 2 sum1 V9 113	
1 0 sum1 V9 40	1 1 sum1 V9 79	1 2 sum1 V9 92	
2 0 sum1 V9 55	2 1 sum1 V9 71	2 2 sum1 V9 102	