

内部収益率・IRR

Masato Shimura
JCD02773@nifty.ne.jp

2006年1月25日

目次

0.1	内部収益率	1
0.2	割引率と現在価値	5
0.3	投資計画	6

0.1 内部収益率

内部収益率	$PV = \sum_{t=1}^T \frac{A_t}{(1+r^*)^t} - C = 0$
-------	---

内部収益率は市場から求めた金利 (r) を元に、プロジェクトの現在価値を内部収益率即ち、プロジェクトが払うことの出来る最大の利子率 (r^*)、 $PV = 0$ となるような利子率を求める。投資の限界効率とも言われる。

$$PV = \sum_{t=1}^T \frac{A_t}{(1+r^*)^t} - C = 0$$

$r^* > r$ ならば $PV > 0$ となる。

x . を r^* と y . を $A_i, A_j, A_k \dots$; years とした。 A_n は投資に対するリターン率として、複数指定可能。ただし、今のところ、各年一定。(バリエブルにするにはスクリプトを多少変更する必要あり)

行が r^* 列が各 A である。

返済額 (Σ 売り上げ) 伸び率 2% 20年返済 元利均等での r^* (行) と返済率(列) の組み合わせ。 $r^* > r$ で 100 が基準点となりこれを下回る箇所では調達金利を負担できない。

```

7.2 ": (r;2) find_mergin1 4 5 6 7 8 9 10;20
_      4.00   5.00   6.00   7.00   8.00   9.00  10.00
3.00  70.84  88.55 106.27 123.98 141.69 159.40 177.11
4.00  64.37  80.47  96.56 112.65 128.75 144.84 160.93
5.00  58.72  73.41  88.09 102.77 117.45 132.13 146.81
6.00  53.78  67.22  80.66  94.11 107.55 121.00 134.44
7.00  49.42  61.78  74.14  86.49  98.85 111.20 123.56
8.00  45.59  56.98  68.38  79.77  91.17 102.57 113.96
9.00  42.19  52.73  63.28  73.83  84.37  94.92 105.47
10.00 39.17  48.96  58.75  68.54  78.34  88.13  97.92

```

```
find_mergin=: 4 : 0
```

```
NB. Usage: e.g. 4 5 6 7 8 9 u. 5 10 15;500
```

```
NB. x. is expected rate r^*
```

```
NB. y. is profit rate (each year) multiple OK ; total years
```

```
NB. y. is A1 A2 A3...;t
```

```
(_,>{y.},r,.|: x. mergin_sub0 y.
```

```
)
```

```
mergin_sub0=: 4 : '+/"1(>{y.})%(>:x.%100)^/>:i.>{:y.}'
```

0.1.1 Working Example 投資の限界効率

$$C = 100$$

$$T = 20$$

各年の利益 $A_1 = A_2 = \dots = A_t = 10$ で一定

```
r,. +/"1 A % (>:r%100)^/ >:i.20
```

```
4 135.903
```

```
5 124.622
```

```
6 114.699
```

```
7 105.94
```

```
8 98.1815
```

9 91.2855
10 85.1356

$C = 100$ から 8% より少し小さい (厳密解は 7.75%)

$r = .3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10$

```
('key ',":r) plot (3+i.7) ;|: ;("1),. (r;1) mergin_sub1 4 5 6 7 8 9 10;20  
pd 'eps temp\mergin_0.eps'
```

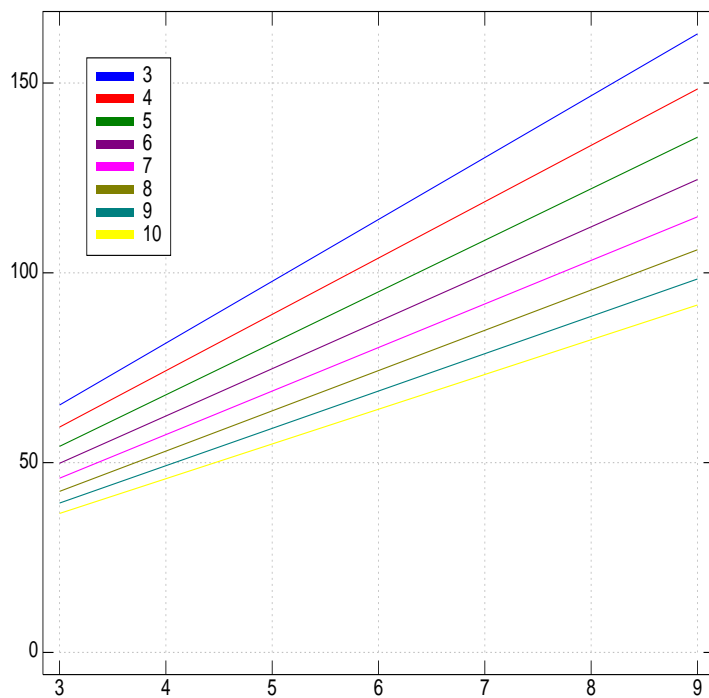


図1 返済率 (cF/A) と金利負担限度

この解は解析的には求められないが、高次多項式を数値計算で解いて IRR を近似的に求めることが出来る。

0.1.2 IRR を求める

金額加重平均を求める。

ある株式ファンドに投資した場合

年	投資額	損益率	残金
0	100		
1	50	20	
2	-	-10	$((100 \times 1.2 + 50) \times (1 - 0.1) = 153)$

$$100 + \frac{50}{1+r} = \frac{153}{(1+r)^2}$$

$$100 \times (1+r)^2 + 50 \times (1+r) = 153$$

$1+r$ を x とおくと

$$100x^2 + 50x - 153 = 0$$

2次式なので根の公式を使っても解ける

$$\text{kon } 100 \ 50 \ -153$$

$$+-----+-----+$$

$$|1.01194|_1.51194|$$

$$+-----+-----+$$

Jには多項式(非線形方程式)を解く $p.$ という強力な関数が組み込まれている。

$$p. \ -153 \ 50 \ 100$$

$$+---+-----+-----+$$

$$|100|_1.51194 \ 1.01194|$$

$$+---+-----+-----+$$

プラスの方を採用して、金額加重平均収益率は 1.194% となる。

IRR(Internal Rate of Return :内部収益率)とは投資機会のコストと投資から生じるキャッシュフローが与えられたときに、cFの現在価値を投資コストに等しくする割引率のことである。

0.1.3 Working Example IRR

年	投資額	配当
0(年末)	100	
1		5
2		5
3		5+120(売却)

$$IRR = 100 = \frac{5}{1+r} + \frac{5}{(1+r)^2} + \frac{125}{(1+r)^3}$$

$1+r$ を x とおくと

$$-100x^3 + 5x^2 + 5x + 125 = 0$$

p. 125 5 5 _100

```
+-----+-----+
|_100|1.10985 _0.529926j0.919487 _0.529926j_0.919487|
+-----+-----+
```

実数の 1.10985 を採用すると $0.10985 = 10.985\%$ となる。

0.1.4 XIRR 関数を利用する。

J の package/finance/interest.ijs に *xirr* 関数が入っている。書式は次のとおり。Newton 法を用いて解いているが堅牢で簡単には落ちない。(50 次は解が得られた。)

```
xirr 0 1 2 3 ,:_100 5 5 125
0.109851
```

0.1.5 EXCEL の IRR 関数

EXCEL は *IRR* 関数を持っている。

-100 5 5 125 と入れてこの範囲を =IRR(B1:B4) のように指定すると 0.10985 と値を返す。非線形分野なので、相互に解を確認しておくが良い。

0.2 割引率と現在価値

DF(Discount Rate : 割引率) は $\frac{1}{(1+IRR)^i}$

PV(Present Value : 現価) は cF に *DF* を掛けたもの。(計は 100)

0.10985 df_sub a

```
+-----+
|cF      DF      PV  |
+-----+
| 5 0.901023 4.50511|
| 5 0.811842 4.05921|
|125 0.731488 91.436|
+-----+
```

0.3 投資計画

C社の投資計画 1000億、5年間250億の回収ができる。

この表は、収支計画として、よく用いられる手法である。

CashInflow	0	250	250	250	250	250	1250
CashoutFlow	-1000	0	0	0	0	0	-1000
NetCashflow	-1000	250	250	250	250	250	250

```
xirr a=:0 1 2 3 4 5,::_1000 250 250 250 250 250
0.0793083
```

df_sub a

```
+-----+
|cF      DF      PV  |
+-----+
|250 0.926519 231.63|
|250 0.858438 214.61|
|250 0.79536 198.84|
|250 0.736916 184.229|
|250 0.682767 170.692|
+-----+
|TOTAL_PV=1000      |
```

+-----+

金利 7.9% で $PV=$ 現在価値が拮抗する。これより大きい金利は負担できない。

0.3.1 融資計画

CashInflow	0	220	220	220	220	220	1100
CashoutFlow	-1000	0	0	0	0	0	-1000
NetCashflow	-1000	220	220	220	220	220	220

1000億円の融資。220億づつ5年返済

A銀行は、C社への融資計画を検討したところ、割引率が20%と判断した。(信用リスクと金利水準より決定)

このプロジェクトの負担できる金利は3.2%

<pre> a=. 0 1 2 3 4 5,: _1000 220 220 220 220 220 xirr a 0.032635 df_sub a +-----+ cF DF PV +-----+ 220 0.968396 213.047 220 0.937792 206.314 220 0.908154 199.794 220 0.879453 193.48 220 0.851659 187.365 +-----+ TOTAL_PV=1000 +-----+ </pre>	<pre> 20 df_sub1 a +-----+ cF DF PV +-----+ 220 0.833333 183.333 220 0.694444 152.778 220 0.578704 127.315 220 0.482253 106.096 220 0.401878 88.4131 +-----+ TOTAL_PV=657.935 +-----+ </pre>
--	--

割引率 20% では,1000 億の現在価値は 657 億。A 銀行は 344 億の引当金が必要。