Game Theory(その 0)

Masato Shimura

2006 年 4 月 22 日

目次

はじめに

ゲーム理論では最初に利得行列がよく出て来る。何故この利得なのかと考えてしまうが、Example の利得表は、半世紀以上の歴史の中で、ゲーム理論の開拓者達が色々考えた結果だと思い、碁や将棋、チェスの定石、定跡として詰め将棋や詰め碁を楽しみ、思考のトレーニングをするようにゲーム理論を楽しんでいただれば幸いである。

本書はゲーム理論に配列計算の J 言語でトライした記録でもある。

Game 理論とは

フオン・ノイマンとモルゲンシュタインによる 1944 年に出版された「ゲームの理論と経済行動」によってゲーム理論が生まれた。

映画「ビューティフル・マインド」に登場するプリンストン大学や高等研究所はゲーム理論の故郷でタッカー、ナッシュ、キューンなど多くの人が活躍している。

詰め将棋や詰め碁を楽しみ、定跡、定石を覚える感覚で思考のトレーニングを始めよう。

用語

最初に用語を簡単に解説する。

ゼロサムゲーム 非ゼロサムゲーム	一方が勝てば、他方が負けるゲームが 2 人ゼロ和ゲーム	囲碁、将棋
非協力ゲーム 協力ゲーム		
one-shot/戦略型 連続/展開型		
完全情報 非完全情報	利得票や前回の相手の手が全部わかっている場合が完全情報。情報にハンディがある場合が不完全情報。	囲碁、将棋は完全情報
同時手番/静学ゲーム 非同時手番/動学ゲーム		将棋は先手有利。碁は後手にハンディを付ける。

支配戦略 マックスミニ戦略 混合戦略		

利得表

2 1	−1 − 1
−1 − 1	1 2

双行列による表示 (同一の値なら片方で単行列)

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

よく戦略型の利得表がアプリオリに登場するが、これは将棋の定跡、碁の定石のように鍛えられて残った棋譜と思えばよい。

J 言語のテクニック

クラメール法	`cr=:%.}:"1`
	
	$\begin{pmatrix} a & +b & & =10 \\ a & & +c & =10 \\ & b & +c & =0 \end{pmatrix}$
	a=:3 4 $ 1 1 0 10 1 0 1 10 0 1 1 0
	
	`   a`
	`1 1 0 10`
	`1 0 1 10`
	`0 1 1  0`
		`   cr a`
		`1 0 0 10`
		`0 1 0  0`
		`0 0 1  0`
		
		右の列が解。左が単位行列になっていれば解けている。(計算上 0 に近い数がよく入る)

第 1 章

競争・非協力ゲーム

1.1

プレイヤーの性格	非協力ゲームでは**個人的合理的プレイヤー**を仮定し、自己の期待利益を最大化する事を基準として行動するプレイヤーを登場させる。	

20 世紀型の経済学は他人との関係でなく自分のことだけを考える利己的な個人から構成されるモデルで経済活動をほぼ説明できるし、合理的に行動すると仮定したのではないかと言われる。

⇒「ほんまにしっかりしたはる」、「抜け目のない人」

次は囚人のジレンマと呼ばれる、ゲーム理論のショウウインドウ的存在で、1950 年頃にランド研究所で考案され、タッカーが社会心理学者向けに脚色したと言われている。

<table>
<tr>
<td>囚人ののジレンマ</td>
<td>gmatrix GH0

+-----+-----+
|_1 _1|_5 0 | 黙秘 A0
+-----+-----+
|0 _5 |_3 _3| 自白 A1
+-----+-----+
黙秘 自白
B0 B1

(ペナルティーで双方の別荘滞在年数に相当),</td>
<td>双方が完全黙秘なら -1 -1 双方自白なら-3 -3 。片方だけが裏切ると 0 で放免。
合理的なプレイヤーは自白を選択する。自白が支配戦略である。しかし、双方裏切りの報酬は魅力的なものではない。
この (自白・自白) がナッシュ均衡である。</td>
</tr>
<tr>
<td>ガソリンスタンドのジレンマ</td>
<td>囚人のジレンマのガソリンスタンド・バージョン。

gmatrix GN1
現状維持 値下げ
+---+---+
現状維持 |3 3|0 4|
+---+---+
値下げ |4 0|1 1|
+---+---+</td>
<td>支配戦略は裏切りで、利得は少なくなる。 (値下げ・値下げ) がナッシュ均衡</td>
</tr>
</table>

男女のジレンマ	` gmatrix GN2`
	`+---+---+`
	`|2 1|0 0| A0` **オペラ**
	`+---+---+`
	`|0 0|1 2| A1` **サッカー**
	`+---+---+`
	`B0    B1`
	オペラ　サッカー
		意地を張るとデートは出来ないので支配戦略はない。**相関戦略**と言われる話し合い、ジャンケン、コイントスなどにより合意すること (確率 $\frac{1}{2}$) を選択すると $\frac{3}{2}$ の利得を得る。
		(オペラ・オペラ)、(サッカー・サッカー) の相手を思いやる選択はナッシュ均衡である。少し相手を思いやる、女は $(\frac{2}{3},\frac{1}{3})$ の確率で、男は $(\frac{1}{3},\frac{2}{3})$ の確率で、オペラトサッカーを選ぶのもナッシュ均衡である。

1.2　支配戦略と MAXMIN 戦略

ゲーム理論はプラグマティズムの国で生まれた理論であるが、創始者は共にヨーロッパ出身で、戦禍を避けたプリンストン高等研究所時代に作られた。

ゲーム理論は当初ゼロサムゲームでスタートした。

先ず、**個人的合理的プレイヤー**を仮定し、自己の期待利益を最大化する事を基準として行動するプレイヤーを登場させる。非協力ゲームである。

1.2.1　支配戦略

相手のことなど思い計ったりしない冷徹なプレイヤーが経済原則に則って行う選択が支配戦略で、常に自分の利益を優先させる。従って、プレイヤー A、B は自分の利益が最大になる戦略を選ぶ。A は行を、B は列を選択することとする。

```
  shihai GM2
+------------+--------------+
|+---+---+---+|+-------------+|
||3 2|8 5|5 7|||+-----+-----+||
|+---+---+---+|||1 0 0|0 0 1||| NB. A-> 0 行   B-> 2 列を選択 (0-2)
```

```
||5 2|6 8|4 5|||+-----+-----+||
|+---+---+---+|+-------------+|
||3 3|5 3|2 6|||5 7          ||  NB. 値は (5 7)
|+---+---+---+|+-------------+|
+-------------+--------------+
```

(6 8) は最大値の組み合わせであるが、支配戦略ではないので、選択されない。

(5 7) がナッシュ均衡である。

⇒「黄金のリンゴを愚かな人間は手に入れられないのか」ゲーム理論の課題であり展開型ゲームで考察されている。

1.2.2 マックスミニ戦略

マックスミニ戦略は安全側の多少弱気な戦略である。プレイヤー A に取って、最も不利な利得を比較する。0 行の場合の最低利得は 3、一行では 4、2 行では 2 であるので、この中の最大の組み合わせ (4 5) を選ぶ。プレイヤー B は 各列の自己の得点が 2 3 5 なので、この中の最大の (4 5) を選ぶ。マックスミニ均衡である。

マックスミニ均衡は 2 人のゼロサムゲームでしか用いられず、繰り返しゲームの場合、同じ選択をするとは限らないので、結果は安定しない。

```
   maxmin0 GM2
+-------------+--------------+
|+---+---+---+|+-------------+|
||3 2|8 5|5 7|||+-----+-----+||
|+---+---+---+|||0 1 0|0 0 1|||  NB. 第一列 第 2 行 が (4 5) で maxmin
||5 2|6 8|4 5|||+-----+-----+||
|+---+---+---+|+-------------+|
||3 3|5 3|2 6|||4 5          ||
|+---+---+---+|+-------------+|
+-------------+--------------+
```

ナッシュ均衡

ゲームには勝ちの形がある。ゲーム理論では、非協力ゲームはほとんどがナッシュ均衡を見いだすことでありゲーム理論の金字塔と賞されている。この 1950 年のナッシュのプリンストン大学の博士論文に対し、1994 年にノーベル経済学賞が贈られた。

x^* **は** y^* **に対する最適反応であり、**y^* **は** x^* **に対する最適反応である。**

最適反応とは与えられた相手の行動に対して、自己の利得が最大になるように選ぶ行動である。

1.3　混合戦略

純粋戦略での支配戦略が存在しないことは多い。

多くは確率により戦略を選択する混合戦略が取られる。(ミニマックス戦略を取りうる範囲は狭い)。

1.3.1　2 次の場合

混合戦略	展開すると
$\begin{array}{c\|\|c\|c} A\backslash B & y & 1-y \\ \hline\hline x & xy & x(1-y) \\ \hline 1-x & (1-x)y & (1-x)(1-y) \end{array}$	$\begin{array}{c\|\|c\|c} A\backslash B & y & 1-y \\ \hline\hline x & xy & x-xy \\ \hline 1-x & y-xy & -x-y+xy+1 \end{array}$

数式処理で展開していく方法といきなり連立方程式の係数行列に持ち込む方法がある。2 次の場合は、双方で確認してみよう。3 次、4 次となると J には後者の方法が向いているように思われる。

2 次では xy か x,y 単独の項が出てくる。上の表の左が混合戦略の確率の表で、右は、開いて見やすくしたものである。偏微分のように xy の出てくる箇所に +– の符号を付けていく。右端は定数項で、x,y 単独で出現した箇所に同じく +– の符号を付ける。

	x	y	定数項
x	0	$\begin{array}{\|c\|c\|} + & - \\ \hline - & + \end{array}$	$\begin{array}{\|c\|c\|} & + \\ \hline & - \end{array}$

y	$\begin{array}{c\|c} + & - \\ \hline - & + \end{array}$	0	$\begin{array}{c\|c} & \\ \hline + & - \end{array}$

Working Example

次の表の左欄が利得表とすると、2 次では全部取るので、そのままの数値に +– の符号を上のように換えて合計を取ればよい。定数項は指定の 2 カ所を取り、符号を換えて合計する。係数行列を求める場合、左上袈裟懸けが +, 右上袈裟懸けが – の符号になる。

21 _3 _9 12	$\begin{array}{c\|c} 21 & -\_3 \\ \hline -\_9 & 12 \end{array} = +/\ 21\ 3\ 9\ 12 = 45$ $\dfrac{\_3}{-12}$ =+/ _3 _12=_15 $\begin{array}{c\|c} \_9 & -12 \end{array}$ =+/ _9 _12=_21
$\begin{cases} 45x & = 15 \\ \quad 45y & = 21 \end{cases},$	0.466667, 0.333333

連立方程式をクラメール法で解くと、2 次で xy を区別しない利得表の場合はそのまま混合戦略の確率になる。A の戦略は $(x, 1-x) = 0.47, 0.53$ となり、B の戦略は $(y, 1-y) = 0.33, 0.67$ の確率での選択が推奨される。

```
   mix_2s GH0
+-----+--------+-----------------+
|21 _3| 0 45 15|0.466667 0.333333|
|_9 12|45  0 21|                 |
+-----+--------+-----------------+
```

上の例は利得表が AB 単一の数値の場合であった。次に、先の逢い引きのジレンマの混合戦略を計算する。利得表を AB に分割してそれぞれ計算すればよい。

```
   mix_2 GN2
+---+-----+-----------+--------+
|2 0|0 3 1|1 0 0.333333|0.333333| NB. MAN
|0 1|3 0 1|0 1 0.333333|        |
+---+-----+-----------+--------+
|1 0|0 3 2|1 0 0.666667|0.666667|NB. LADY
|0 2|3 0 2|0 1 0.666667|        |
+---+-----+-----------+--------+
```

A はオペラを $\frac{1}{3}$、サッカーを $\frac{2}{3}$ の確率で、B はオペラを $\frac{2}{3}$、サッカーを $\frac{1}{3}$ の確率で選ぶ。

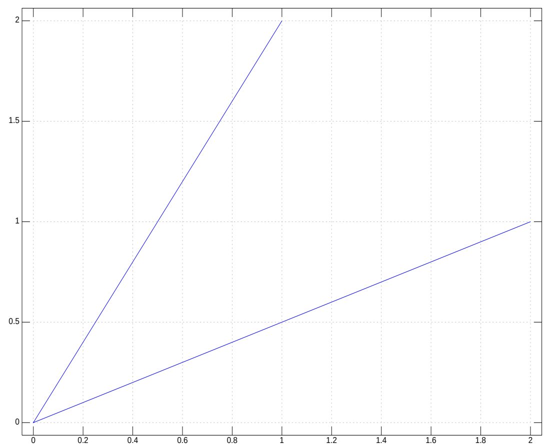

図 1.1　set of game

次のような利得表を持つ混合戦略では、

1, 1	2, 2
0.3	3, 0

```
mix_2  1 1 ;2 2 ;0 3;3 0
```

```
+---+--------+--------+----+
|1 2|0 2 1   |1 0 1.5 |0.5 |
|0 3|2 0 3   |0 1 0.5 |    |
+---+--------+-------+----+
|1 2| 0 _4 _2|1 0 0.75|0.75|
|3 0|_4  0 _3|0 1  0.5|    |
+---+--------+-------+----+
```

A は $\dfrac{1}{2}$ の、B は $\dfrac{3}{4}$ の確率で戦略を選択するとよい。
ナッシュ均衡は 2 の図の交点で求められる。この点は不動点である。

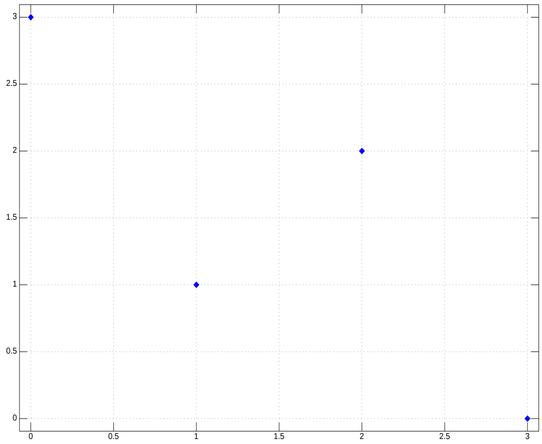

図 1.2　set of game

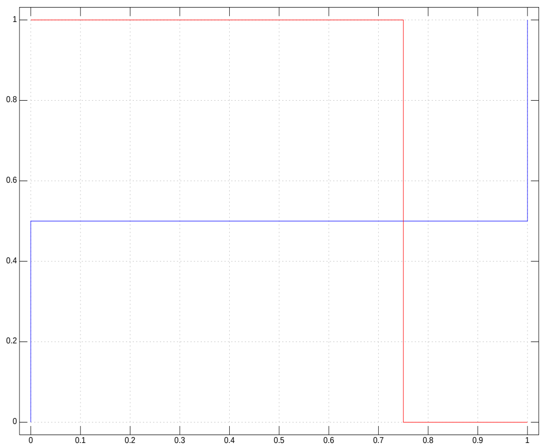

図 1.3　nash

1.3.2　3 次の場合

A,B の選択肢が 3 個になった場合。

$A\backslash B$	y	v	$1-y-v$
x	xy	xv	$x(1-y-v)$
u	uy	uv	$u(1-y-v)$
$1-x-u$	$y(1-x-u)$	$v(1-x-u)$	$(1-x-u)(1-y-v)$

(展開すると)

$A\backslash B$	y	v	$1-y-v$
x	xy	xv	$x-xy-xv$
u	uy	uv	$u-uy-uv$
$1-x-u$	$y-xy-uy$	$y-vx-uv)$	$1-x-y-u-v+xy+xv+uy+uv$

次のような表を作る。ここに +− を付けた箇所から得点を取得する。

0	1	2
3	4	5
6	7	8

そして x, y, u, v と定数項を含めての連立方程式を作成する。 連立方程式の解が x, y, u, v の値となる。

	x	y	u	v	定数項
x	0	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|} + & & - \\ \hline & & \\ \hline - & & + \end{array}$	0	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|} & + & - \\ \hline & & \\ \hline & - & + \end{array}$	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|} & & + \\ \hline & & \\ \hline & & - \end{array}$
y	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|} + & & - \\ \hline & & \\ \hline - & & + \end{array}$	0	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|} & & \\ \hline + & & - \\ \hline - & & + \end{array}$	0	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|} & & \\ \hline & & \\ \hline + & & + \end{array}$

u	0	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|} & & \\ \hline + & & - \\ \hline - & & + \end{array}$	0	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|} & & \\ \hline & + & - \\ \hline & - & + \end{array}$	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|} & & \\ \hline & & + \\ \hline & & - \end{array}$
v	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|} & + & - \\ \hline & & \\ \hline & - & + \end{array}$	0	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|} & & \\ \hline & + & - \\ \hline & - & + \end{array}$	0	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|} & & \\ \hline & & \\ \hline & + & - \end{array}$

次のデータを入れてみる。

$A\backslash B$	y	v	$1-y-v$
x	0	15	-5
u	5	0	24
$1-x-u$	13	8	0

```
  3  3  $  GH1
 0  15  _5
 5   0  24
13   8   0
```

(出典 平下 文献参照)

```
   mix_3s   GH1
+---------+--------------------+---------------+
| 0 15 _5| 0   _8    0   12    5   |1 0 0 0     0.25|
| 5   0 24|_8    0 _32    0 _13   |0 1 0 0      0.2|
|13   8   0| 0 _32    0 _32 _24   |0 0 1 0 0.34375|
|         |12    0 _32    0   _8   |0 0 0 1     0.55|
+---------+--------------------+---------------+
|A        |0.25 0.34375 0.40625|               |
+---------+--------------------+---------------+
|B        |0.2 0.55 0.25       |               |
+---------+--------------------+---------------+
```

第 2 章

ゲームのフォーマット

2.1　展開ゲーム

<table>
<tr><td>構成</td><td>ゲームスコア</td></tr>
<tr><td>

$A \backslash B$	現状維持	値下げ
現状維持	0	1
値下げ	2	3

0 が現状維持 1 2 が片方が値下げ 2 が双方値下げになる。
</td><td>

```
  gmatrix GN1
      現状維持  値下げ
          +---+---+
現状維持   |3 3|0 4|
          +---+---+
値下げ     |4 0|1 1|
          +---+---+
```
</td></tr>
</table>

繰り返しゲームに展開する場合、ツリー構造で説明されることが多い。2 回繰り返した場合の組み合わせを展開すると次のようになる。

```
  |: combi_2 i.4
0 0 0 0 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3
0 1 2 3 0 1 2 3 0 1 2 3 0 1 2 3
```

次の上欄の構成に合わせゲームスコアを加算すると下欄の様になる。

```
   tree_game  GN1
+-------+-------+-------+-------+
```

```
|0 0 0 0|1 1 1 1|2 2 2 2|3 3 3 3|  NB. 構成 一回目
|0 1 2 3|0 1 2 3|0 1 2 3|0 1 2 3|  NB.      2回目
+-------+-------+-------+-------+
|6 3 7 4|3 0 4 1|7 4 8 5|4 1 5 2|  NB. スコア A
|6 7 3 4|7 8 4 5|3 4 0 1|4 5 1 2|  NB. スコア B
+-------+-------+-------+-------+
```

おうむ返し

展開型は繰り返し回数が増えるとあっという間に組み合わせの数が増え、収拾がつかない。

そこで、簡単な構造を持った戦略型から前回の手番の情報を元に、次回のしっぺかえし戦略を取るようにする。一旦裏切れば永久に懲罰する型は、スコアがのびない。一回懲罰をして、次回は、相手のハンドをまねるオウム返し型の方が有効である。

```
 |: 20{. 0.1 parrot0 GN1

3 3 3  3  3  4  0  3  3  4  0  3  3  3  3  3  3  3  3  3 NB. Score A
3 3 3  3  3  0  4  3  3  0  4  3  3  3  3  3  3  3  3  3 NB. Score B
3 6 9 12 15 19 19 22 25 29 29 32 35 38 41 44 47 50 53 56 NB. cumrative A
3 6 9 12 15 15 19 22 25 25 29 32 35 38 41 44 47 50 53 56 NB. cumrative B


 |: 20{. 0.1 parrot1 GN1    NB. both panish -> eternal panish

3 3  4  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1
3 3  0  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1
3 6 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27
3 6  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
```

2.2 部分ゲーム

部分全体が一つの完全なゲームの世界を構成している場合である。セレクト文の中のケース文と考えても良い。

第 3 章

交渉ゲーム

3.1　交渉問題

交渉については協力ゲームとする考え方と、非協力ゲームとする見方がある。協力ゲームとしても、提携 (結託) よりは当事者の繋りは弱い。ナッシュ流に全ての協力ゲームは幾つかの非協力ゲームに分解できるとすると、あまり分類にこだわる必要もなさそうだ。

非協力ゲームでは確率によりプレイを選択する混合戦略を取ることがある。プレイヤーの間で十分話し合いをして、妥協点を探り、決められた約束は守る場合は、共同混合戦略として交渉ゲームとなる。

解は**交渉解**となる。

交渉解としては、均等解、功利主義的解、ナッシュ解、カライ・スモロデンスキー解などがある。

第 4 章

提携=協力ゲーム

4.1 コア

野球のボール (硬球) は鉛の芯を糸で巻いて皮を被せてある。

Working Example

非分割財 (家、車、絵画) の販売。

売り手 A ある財を 5 万円と考えている

買い手 B,C その財を 15 万円と評価している。

提携の組み合わせは $!3 = 6$ である?

利得集合

(ABC)=10

(AB)=10

(AC)=10

(A)=(B)=(C)=(BC)=0

クラメール法により連立方程式を解けば直ちに解が求められる。

```
a=. 3 4 $ 1 1 0 10 1 0 1 10 0 1 1 0
   a
1 1 0 10
1 0 1 10
0 1 1  0
```

$a, b- > 10$

$a, c- > 10$

$b, c- > 0$

```
cr=. %.}:"1
   cr a
1 0 0 10
0 1 0  0
0 0 1  0
```

A が利得 10 を手にする。B,C は 0

4.2　Sharplay

シャープレイ値は限界貢献度の加重平均である。(投資額による利得の加重平均とは異なる。)

Working Example

A B C の提携とその値を表に示す。ABC の提携が成立した場合、どのように 120 の成果を配分するべきか。。

```
  |: mk_sharplay_index VAL0
+-+--+--+--+--+--+--+---+
|0|1 |2 |3 |4 |5 |6 |7  | NB. number
+-+--+--+--+--+--+--+---+
|0|a |b |c |ab|ac|bc|abc| NB. combination of player
+-+--+--+--+--+--+--+---+
|0|10|20|30|60|70|80|120| NB. Value
+-+--+--+--+--+--+--+---+
```

提携の組み合わせは ABC それぞれに 6 組ある。

```
   (sh_sub P1) { L:0  'abc'
+---+---+---+
```

```
|abc|bac|bca|   NB. A
|acb|cab|cba|
+---+---+---+
+---+---+---+
|bac|abc|acb|   NB. B
|bca|cba|cab|
+---+---+---+
+---+---+---+
|cab|acb|abc|
|cba|bca|bac|   NB. C
+---+---+---+
```

上段のボックスが A の 6 の組み合わせである。A について限界貢献度を計算すると左の列 (abc,acb) は a が最初にいて、提携交渉をするので a の限界提携度は $v(a) - v(\pi) = 10 - 0 = 10$

中の列 (bac,cab) は (ab,ac) の提携から､それぞれのパートナーの値を引いて $v(ab)-v(b) = 60 - 20 = 40, v(ac) - v(c) = 70 - 30 = 40$

右の列 (bca,cba) は A が最後に加わったので、全体の提携から A 以外の提携を引いた値となる。$v(abc) - v(bc) = 120 - 80 = 40$

A の期待利得は上の 6 の値の平均値となる

```
    calc_sharplay3 VAL0
+-----------------+--+
|10 10 40 40 40 40|30|  NB. A
+-----------------+--+
|20 20 50 50 50 50|40|  NB. B
+-----------------+--+
|30 30 60 60 60 60|50|  NB. C
+-----------------+--+
```

Working Example -fee of Taxi Taxi の相乗りの場合の ABC の負担問題。3 人相乗りで 3800 円、単独と 2 人相乗りの COST は次表。

```
 |: mk_sharplay_index VAL4
+-+----+----+----+----+----+----+----+
```

0	1	2	3	4	5	6	7
0	a	b	c	ab	ac	bc	abc
0	1400	2000	1600	2500	2400	3000	3800

sharplay Value は次の通り。

```
   calc_sharplay3 VAL4
+-----------------------------+----+
|1400 1400 500 800 800 800    |950 | NB. A
+-----------------------------+----+
|2000 2000 1100 1400 1400 1400|1550| NB. B
+-----------------------------+----+
|1600 1600 1000 1000 1300 1300|1300| NB. C
+-----------------------------+----+
```

Working Example プロジェクトの費用負担問題

ABC の 3 市が 3 つのプロジェクトを計画している。単独で行う場合と提携の場合の費用の組み合わせは次の通り。費用は限界費用でもある。加法定理が成り立つか (費用の単位億円)

```
   a0,.({:"1 a1),.({:"1 a2),.{:"1 a3
```

NR/combi/P1/P2/P3/Total

0	0	0	0	0	0
1	a	50	30	40	120
2	b	50	30	40	120
3	c	50	30	40	120
4	ab	70	60	50	180

```
+-+---+--+--+--+---+
|5|ac |70|60|80|210|
+-+---+--+--+--+---+
|6|bc |70|40|80|190|
+-+---+--+--+--+---+
|7|abc|90|70|90|250|
+-+---+--+--+--+---+
```

各プロジェクトと ABC3 市の負担方法

```
   calc_sharplay3 VAL50   NB. Project 1
+-----------------+--+
|50 50 20 20 20 20|30| NB. A NB.
+-----------------+--+
|50 50 20 20 20 20|30| NB. B
+-----------------+--+
|50 50 20 20 20 20|30| NB. C
+-----------------+--+

   calc_sharplay3 VAL51 NB. Project 2
+-----------------+--+
|30 30 30 30 30 30|30|
+-----------------+--+
|30 30 30 10 10 10|20|
+-----------------+--+
|30 30 30 10 10 10|20|
+-----------------+--+

   calc_sharplay3 VAL52 NB. Project 3
+-----------------+--+
|40 40 10 40 10 10|25|
+-----------------+--+
|40 40 10 40 10 10|25|
+-----------------+--+
|40 40 40 40 40 40|40|
```

```
+-----------------+--+
```

プロジェクトの加法定理も成り立つ

```
  calc_sharplay3 VAL53  NB. Total 3 projects
+-------------------+--+
|120 120 60 90 60 60|85| NB. A
+-------------------+--+
|120 120 60 70 40 40|75| NB. B
+-------------------+--+
|120 120 90 70 70 70|90| NB. C
+-------------------+--+
```

非分割材の独占市場

手袋ゲーム

4.2.1 Sharplay-Shubic 指数

4.2.2 Reference

中山幹夫 「はじめてのゲーム理論」1997 有斐閣

村田 省三 「経済のゲーム分析」経済の情報と数理 5 牧野書店 1992

南部 鶴彦「ランダム・ウオークとブラウン運動」 (連載) リアル・オプションと不確実性 「経済セミナー 12/2005」

平下 幸男 「数理科学のレッスン」1991 産業図書

Tree 構造

.1 パスカルの三角形

パスカルのトライアングルとして知られており。$(a+b)^n$ を展開した項の係数になる。

```
  pascal 6
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
```

```
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
```

.2 ランダムウオーク

ランダムウオークをツリーに展開する。各行を時間 τ とするとウイーナ・プロセスとなり、各行の平均は 0 で分散は次第に増加する。

```
   rw0 5
1
1 _1
2 0 _2
3 1 _1 _3
4 2 0 _2 _4
5 3 1 _1 _3 _5
```