

Wavelet 事始め

経済、金融への応用

Masato Shimura
JCD02773@nifty.ne.jp

2005 年 4 月 25 日

1 Haar Wavelet

Wavelet に関してはかつて池田/竹内による詳細な報告があった。
今回は、*Yves Nievergelt*[松本、雛元、茂呂] 訳「ウェーブレット変換の基礎」森北出版
2004 を入手したので、経済事象への Wavelet の応用に限定して wavelet を動かしてみる。

1.1 1 次元 Haar Wavelet

Wevelet 自体はアルゴリズムである。高校野球や囲碁の NHK 杯の様なトーナメントとよく似ている。勝負と点差を記録するように、wavelet のアルゴリズムは、隣り合った 2 の数の平均と差の 2 分の一を記録する。

S0	
$\frac{5+1}{2} \quad \frac{2+8}{2}$	calc_hwt S0
	+---+-----+
$\frac{5-1}{2} \quad \frac{2-8}{2}$	3 5 2 _3
	+---+-----+

2 回戦 3 5	$\frac{3+5}{2}$ $\frac{3-5}{2}$	<pre>,f_hwt S0 +---+-----+ 4 _1 2 _3 +---+-----+</pre>

負けた人はその場で頭の上に得点カードを掲げて座る。勝者はトーナメント表に従って隣人と勝負する。負けた人は、座って、得点カードを掲げる。得点カードは最後まで掲げておき、座った時点以降は変更されない。

ここで、勝者は一歩前へ出て勝負する方式とそのまゝ場所を動かないで勝負する方式がある。

S1 3 1 0 4 8 6 9 9	$\frac{3+1}{2} \quad \frac{0+4}{2} \quad \frac{8+6}{2} \quad \frac{9+9}{2}$ $\frac{3-1}{2} \quad \frac{0-4}{2} \quad \frac{8-6}{2} \quad \frac{9-9}{2}$	<pre>calc_hwt S1 +-----+-----+ 2 2 7 9 1 _2 1 0 +-----+-----+</pre>
2 回戦 2 2 7 9	$\frac{2+2}{2} \quad \frac{7+9}{2}$ $\frac{2-2}{2} \quad \frac{7-9}{2}$	<pre>calc_hwt 2 2 7 9 +---+-----+ 2 8 0 _1 +---+-----+</pre>

3 回戦 2 8	$\frac{2+8}{2} \frac{2-8}{2}$	<pre> calc_hwt 2 8 +----+ 5 _3 +----+ </pre>
-------------	-------------------------------	--

1.2 順序高速ハールウエーブレット変換と置換高速ハールウエーブレット変換

先の一步進み出るのが順序高速ハールウエーブレット変換であり、最初の場所にずっととどまるのが置換高速ウエーブレット変換である。

順序高速の方が簡潔なので、こちらで結果を見てみよう。

最初の項 (4) は 3 5 の平均で、 $S_0=5 \ 1 \ 2 \ 8$ の平均でもある。次の項 (-1) はトーナメントの右半分と、左半分の差の 2 分の一である。これが時間を伴うデータであれば、(-2) 倍すれば通期の増減数になる。次の項 (-2 3) は左り半分及び右半分の準決勝に相当する得点差である。

このように、最初の 1 項が平均を表し、以降は決勝、準決勝、準々決勝、X 回戦.. の得点差が記入される。結果の右半分は小さい波であり、順に右に進むにつれ、波の高さは 2 倍になる。

S0	<pre> S0 5 1 2 8 ,f_hwt S0 +----+-----+ 4 _1 2 _3 +----+-----+ </pre>	<pre> ipf_hwt S0 4 2 _1 _3 </pre>
----	--	------------------------------------

S1	<pre> S1 3 1 0 4 8 6 9 9 f_hwt S1 +-----+ 5 +-----+ _3 +-----+ 0 _1 +-----+ 1 _2 1 0 +-----+ </pre>	<pre> 2 5 \$ ipf_hwt S1 5 1 0 _2 _3 1 _1 0 5 1 </pre>
----	--	---

S2	<pre> 2 10 \$ S2 32 10 20 38 37 28 38 34 18 24 18 9 23 24 28 34 32 10 20 38 f_hwt S2 +-----+ 25.9375 +-----+ 3.6875 +-----+ _4.625 _5 +-----+ _4 _1.75 3.75 _3.75 +-----+ 11 _9 4.5 2 _3 4.5 _0.5 _3 +-----+ </pre>	<pre> 4 4 \$ ipf_hwt S2 25.9375 11 _4 _9 _4.625 4.5 _1.75 2 3.6875 _3 3.75 4.5 _5 _0.5 _3.75 _3 </pre>
----	--	--

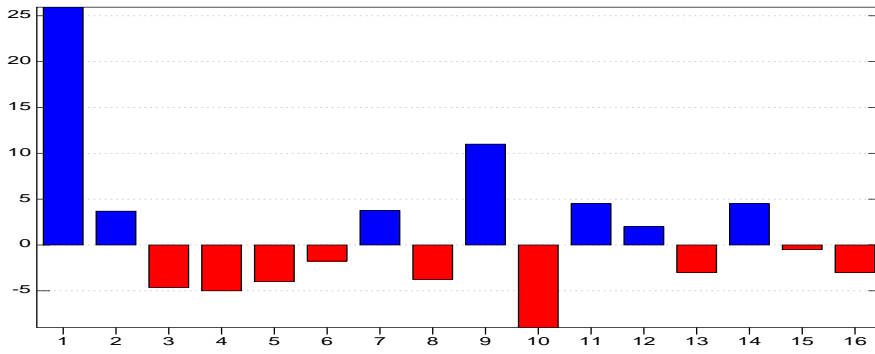
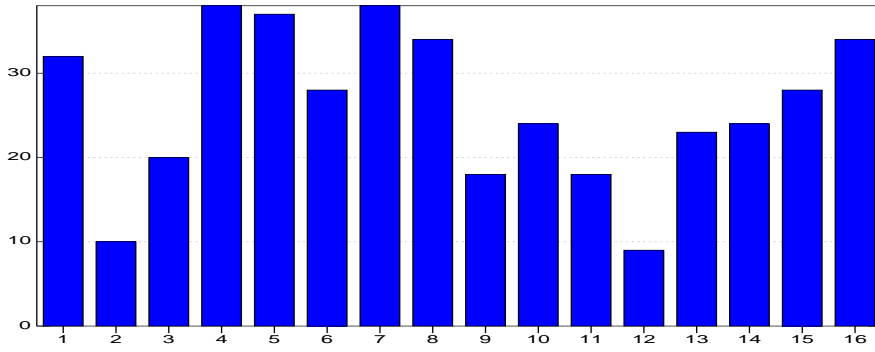


图 1 顺序高速

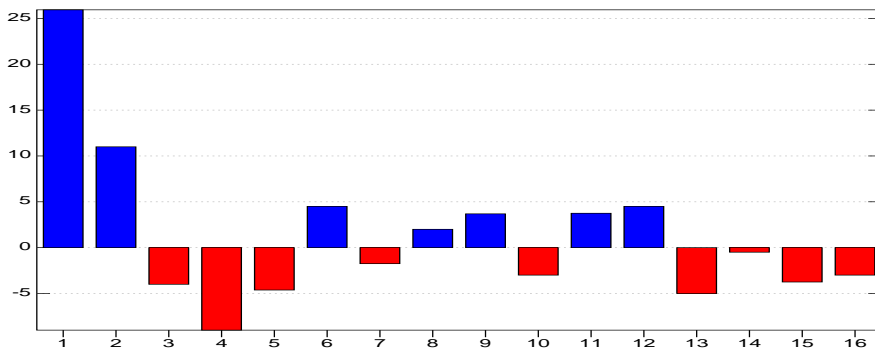


图 2 置换高速

1.3 Script

```

                                NB. Haar_Wavelet
calc_hwt=: 3 : 0
NB. sub calc_engine
NB. u. T0
T0=._2 <\ y.
T1=.<; 2 %~ L:0 +/ L:0 T0
T2=.<; 2 %~ L:0 -/ L:0 T0
T1,T2
)

mk_form =: 3 : ', |:;("1) ,. y.'
mk_unit=: 3 : '>{. (L:0) _2<\ y. '
mk_ind=: 3 : ';{. (L:0) _2<\ y.'

f_hwt=: 3 : 0
NB. Fast Haar wavelet Transform
Y0=. y.
NR=. <. -: # y. NB. not exact /but loopout is if.
ANS_W=. <'
COUNTER=. 0
  while. COUNTER < NR do.
    T3=. calc_hwt Y0
    ANS_W=. ({: T3) , ANS_W
    Y0=. ; {: T3
  if. 1=+/*; Y0 do. goto_end. end.
  COUNTER=. >: COUNTER
end.
```

```

    label_end.
    ,.}: (}: T3),ANS_W
)

ipf_hwt=: 3 : 0
NB.Inplace Fast Haar Wavelet Transform
NR=: <. -: # y.
IND=: i. # y.
ANS=: mk_form calc_hwt y.
COUNTER=: 0
Y0=: ANS
while. COUNTER < NR do.
TMP0=: (mk_unit IND) { ANS
TMP1=: calc_hwt TMP0
ANS=: (mk_form TMP1) (mk_ind IND) } ANS
IND=: mk_ind IND
Y0=: (mk_unit IND) {ANS
if. 1=+/*;Y0 do. goto_end. end.
COUNTER=: >: COUNTER
    end.
label_end.
ANS
)

```

```

plot_hwt=: 4 : 0
NB. x. 0 1 2 3 4 is SS S
NB. y. DAT of plot_multi_s
DAT0=. x. calc_t_sub0 y.
pd 'reset'
pd 'type bar'
pd DAT0
pd 'show'

```


)

S0=: 5 1 2 8

S1=: 3 1 0 4 8 6 9 9

NB. S0 S1 is issued from Y.Nievergelt

S2=: 32 10 20 38 37 28 38 34 18 24 18 9 23 24 28 34

2 2次元ハールウエーブレット

4個の組み合わせをカットなどの方法で作る。データの個数は 2^n 個の正方なマトリクスである。

4個の区分の縦と横に2度同様の計算を行えばよい。

<p style="text-align: center;">MD0</p> <p>9 7 6 2 5 3 4 4 8 2 4 0 6 0 2 2</p> <p>cut_multi0 MD0</p> <p>+---+---+</p> <p> 9 7 6 2 </p> <p> 5 3 4 4 </p> <p>+---+---+</p> <p> 8 2 4 0 </p> <p> 6 0 2 2 </p> <p>+---+---+</p>	$\frac{9+7}{2} \quad \frac{9-7}{2} \quad \frac{6+2}{2} \quad \frac{6-2}{2}$ $\frac{5+3}{2} \quad \frac{5-3}{2} \quad \frac{4+4}{2} \quad \frac{4-4}{2}$ $\frac{8+2}{2} \quad \frac{8-2}{2} \quad \frac{4+0}{2} \quad \frac{4-0}{2}$ $\frac{6+0}{2} \quad \frac{6-0}{2} \quad \frac{2+2}{2} \quad \frac{2-2}{2}$ $\frac{8+4}{2} \quad \frac{1+1}{2} \quad \frac{4+4}{2} \quad \frac{2+0}{2}$ $\frac{8-4}{2} \quad \frac{1-1}{2} \quad \frac{4-4}{2} \quad \frac{2-0}{2}$ $\frac{5+3}{2} \quad \frac{3+3}{2} \quad \frac{2+2}{2} \quad \frac{2+0}{2}$ $\frac{5-3}{2} \quad \frac{3-3}{2} \quad \frac{2-2}{2} \quad \frac{2-0}{2}$	<p>calc_mhwt0 L:0 cut_multi0 L:0</p> <p>MD0</p> <p>+---+---+</p> <p> 8 1 4 2 </p> <p> 4 1 4 0 </p> <p>+---+---+</p> <p> 5 3 2 2 </p> <p> 3 3 2 0 </p> <p>+---+---+</p> <p>cal_mhwt L:0 cut_multi0 L:0</p> <p>MD0</p> <p>+---+---+</p> <p> 6 1 4 1 </p> <p> 2 0 0 1 </p> <p>+---+---+</p> <p> 4 3 2 1 </p> <p> 1 0 0 1 </p> <p>+---+---+</p>
--	--	---