

トランプは 13 進法で

SHIMURA Masato

2019 年 12 月 6 日

目次

1	ポーカーのカード配り	1
1.1	鈴木 of Script	1
1.2	簡易/一人ポーカー	2
2	コントラクトブリッジのカード配り	5
2.1	鈴木 of スクリプト	5
2.2	4 人へのカード配り	6
3	13 進法	8
4	ポーカーと確率	9
4.1	ポーカーのハンドと確率	9
5	コントラクトブリッジと確率 (最初の一步)	13
5.1	よく出るハンドベスト 5	13
5.2	配った手札の確率を求めるプログラム	14
5.3	ペアのハンドと分布	16

はじめに

鈴木義一郎「J 言語による統計分析」にカード配りの Script がある。
「やはりトランプは 13 進法でなければ」との思いを持ちつつ機能を少し拡張してみよう

1 ポーカーのカード配り

1.1 鈴木 of Script

鈴木 of スクリプトは極限まで簡約化され、いささかトリッキーである。

```

card=: 3 : 0
b=:4+13|a=: /:~ y ? 52
{&'CDHS23456789TJQKA'(<.a%13),.b
)
NB. 4 is CDHS

```

```

card 5
C7
D7
H4
HK
S2

```

1. 経過と解説
2. 乱数の打ち出しとソート

```

/:~5?.52
1 10 21 34 38

```

3. 13 で割った剰余を求める

```

13| /:~5?.52
1 10 8 8 12

```

4. +4 は CDHS 分/Club DIamond Hart Spade
5. CDHS に分類する

```

(<. a%13),.b
0 14
1 9
1 12
3 6
3 11

```

6. トランプのカードに変換

{カタログの機能を極限まで突き詰めた用法。0 は C,14 は Q と組み合わせることによる変換

```

{&'CDHS23456789TJQK' (<. a%13),.b
CQ
D7
DT
S4
S9

```

1.2 簡易/一人ポーカー

簡易ポーカーを作ってみた。一人で全部やるのでチップを積み上げるスリルは無いけれど。

1. 人数分のカードを配る
2. Display トランプ表示
3. 残すカードの指定と交換 → プレイ

1. 人数分のカードをセットする

- (a) シャッフル 52?52
- (b) カード配り。人数分*5 の配列を作成
- (c) 乱数のうちに各人別に手札のカードをソート
- (d) 人数分のカードと残す手札に分ける → 出力 (Global 変数)

この set は Global 変数として他でも用いる

```
poker=: 3 : 0
shuffle=. 52?.52          NB. ?. same seed/for test
deal=: (5,y) $ (y*5) {. shuffle  NB. deal
set=: (sort_each deal);(y*5)}. shuffle
)
```

- (e) 配ったカードと残った手札の一覧。数学の乱数状態、ソート済み

```
poker 4
+-----+-----+
| 1 12 0 8|45 42 11 20 4 35 47 19 9 29 17....
|15 21 10 34|
|16 22 13 41|
|38 26 31 43|
|49 50 37 51|
+-----+-----+
```

- (a) 配った札（乱数）をトランプカードで表示

```
display_poker 4
+---+---+---+
|C2|CK|CA|C9|
+---+---+---+
|D3|D9|CJ|H9|
+---+---+---+
|D4|DT|DA|S3|
+---+---+---+
|HK|HA|H6|S5|
+---+---+---+
|SJ|SQ|HQ|SK|
+---+---+---+
A B C D
```

2. 13 進法を用いてカード表示

3. 13 進法

```
{13 13 #: >@{. set
+---+---+---+

```

```

|0 1 |0 12|0 0 |0 8 |
+----+----+----+----+
|1 2 |1 8 |0 10|2 8 |
+----+----+----+----+
|1 3 |1 9 |1 0 |3 2 |
+----+----+----+----+
|2 12|2 0 |2 5 |3 4 |
+----+----+----+----+
|3 10|3 11|2 11|3 12|
+----+----+----+----+

```

13 進法は 0-12 角形の円盤が回り一周すれば桁上げを行う。2 桁で 169 まで表示できる

4. Display

スーツとカードを分けて{ (from) で各々変換している。

```

display_poker=: 3 : 0
NB. u ''
'a b'=. set
display L:0 { 13 13 #: /:~ a
)

```

```

display =: 3 : 0
NB. display_bridge ''
tmp0=: ({."1 L:0 y){ L:0 'CDHS'
tmp1=: {:"1 L:0 y{L:0 'A23456789TJQK'
tmp0,.L:0 tmp1
)

```

5. play

(a) 各プレイヤーは残すカードを指定する (1 2 3 4 5 で選ぶ)。y になる

```
play 4 5;1 3 4 5;1 3;1 2
```

(b) 残したカードとニューカード (乱数表示)

```

remain
+-----+-----+-----+-----+
|38 49|12 22 26 50|0 13|8 34|
+-----+-----+-----+-----+
index1 { L:0 b
+-----+-----+-----+-----+
|45 42 11|20|4 35 47|19 9 29|
+-----+-----+-----+-----+

```

A B C D

(c) CARD の最終状態

```

+---+---+---+---+
|CQ|CK|CA|C9|
|HK|D8|C5|CT|
|S4|DT|DA|D7|
|S7|HA|HT|H4|
|SJ|SQ|S9|H9|
+---+---+---+---+
  A  B  C  D

```

B はストレートならず
 C は A の 1 ペアそのまま
 D は 9 のワンペアができた

2 コントラクトブリッジのカード配り

コントラクトブリッジは 100 年を超える歴史を持ち、オリンピックの折にブレーンオリンピックが開催されることがある。北京オリンピックの時には日本チームが優勝している。勝ち残った参加メンバーのうち休暇が足りずに帰国した人もいた中での健闘であった。

アジア大会では正式種目なので筋肉系でなくともアジア大会は狙える。

ビルゲーツ、カルロスゴーンも愛好者なのでマイクロソフトの HP は充実している。

2.1 鈴木のスクリプト

NB. for Contract Bridge

NB. Usage: cardb 13

cardb=: 3 : 0

a1=: (b=:>.a0%13),.5+13|a0=:>: /:~ y ? 52

<"1 {&' CDHSA23456789TJQK' (>:i.4)=/b)#a1

NB. ' SSpace CDHS...'

)

A を用いるために +5 している

```

cardb 13
+---+---+---+---+
|C4|CT|CQ|CK|  NB. Club
+---+---+---+---+
|D4|DA|  |  |  NB. Diamond
+---+---+---+---+
|H3|H6|H9|HK|  NB. Hart

```

```

+---+---+---+---+
|S2|S7|S8|  | NB. Spade
+---+---+---+---+

```

12点なので5メジャーでのOpenは1-Club

2.2 4人へのカード配り

プレイヤー全員へのカード配りのScriptを作ってみた。ビットのトレーニングになる。

ブリッジのオンラインゲームはJCB(日本コントラクトブリッジ連盟)のHPに上がっているのでJCBで検索して試してほしい。

```

bridge ''
+---+---+---+---+
|SJ |SQ  |SA   |SK|
|ST |S6  |S9   |S5|
|S8 |S4   |HQ   |S3|
|S7 |HA   |H6   |S2|
|HK |HT   |H3   |H9|
|HJ |H8   |DA   |H7|
|H5 |H4   |DQ   |H2|
|D4 |DJ   |D5   |DK|
|D3 |DT   |D2   |D8|
|CT |D9   |CA   |D7|
|C7 |D6   |CQ   |C9|
|C5 |CK   |CJ   |C6|
|C2 |C3   |C8   |C4|
+---+---+---+---+
|131|2413|4224214|33|
+---+---+---+---+
N   E   S   W

```

1. コントラクトブリッジについて

- (a) Aceは1の位置で表示されている。Aceは4点。KQJは各3, 2, 1点。
- (b) トランプの強弱はSHDCの順
- (c) HCP(High Card Ppoint)を下段につけた。各々のCardの点数。13は1, 3である。
- (d) NとS、EとWがペアになる。場に40HCPあるのでペアで26HCPあると3NT,4H,4Sのゲームが
できやすい。C,Dは5でゲーム(11勝2敗)なので28, 29HCP必要。3NT(No Trump, 切り札なしで9勝4敗)も狙う。
- (e) Cardを配ったDealerからビットをはじめ、一番高位のビットをしたペアのうち最初にそのスート

をビットした人がプレイヤーになる。

- (f) ブリッジでは SHDC の順に並べ、A が最初に来る。降順ソートや A の位置変更の小技も入れた。
- (g) よく考えれば 0 を SA、1 を SK とすべて逆順に置き換えるようにすると簡略化できるが感覚と合わない。
- (h) Script

```
bridge=: 3 : 0
NB. SHDC top is Ace
NB. usage: u ''
deal=: { |: 13 4 $ 52?.52
trump13=: \:~(L:0) 13 13 #: L:0 deal
tmp0=. display rotate_ace trump13
tmp0,: hcp trump13
)

rotate_ace =: 3 : 0
NB. order AKQ....
index=: ~: L:0 ({."1 L:0 y)
tmp0=: ;index <;.(1) L:0 {"1 L:0 y
ans=. <'
for_ctr. i. # tmp0 do.
tmp10=. > ctr { tmp0
if. 1= +/- tmp10 e. 0 do. tmp10=. _1 |. tmp10 end.
ans=. ans , <tmp10
end.
({."1 L:0 y),.L:0 {4 13 $ ;}.ans
)
```

2. R Hui の Script

ノーとしてあった R Hui の古い Script を引っ張り出してみた

```
f2 ''
S: J75
H: T97
D: QT5
C: 8632
S: AK2      S: QT63
H: AJ85     H: Q64
D: A7       D: J863
C: KJ74     C: Q9
S: 984
H: K32
```

D: K942

C: AT5

3. Script

早い段階で乱数を符号に直し、カード配列に移っている

```
f2=: 3 : 0
'r b'=. ;:'SHDC 23456789TJQKA'
d=. _13]\(?~52){,{r;b
e=. ({.&> ({.,': ',}\.:\:b i.})/.&(r&,) "1 {:&>) d
,/,./"3 (3 3$,0,.1+i.4){' ',e
)
```

3 13 進法

基底変換は#を用いる。単項はバイナリー、他の基底は左引数で指定する。多ければ0が表示されるが少ないと欠ける。これは24 60 60のような変則基底にも適用するためのものなので、事前に試しておかなければならない。

1. 2 進法

```
2 2 2 2 2 2 #: 13
0 0 1 1 0 1
```

2. 13 進法

13 進法は13の突起を持った円盤を暗号器エグニマのように何枚か並べたものようだ。

```
13 13 13 #: 2 12 13 27 48 52
0 0 2
0 0 12
0 1 0
0 2 1
0 3 9
0 4 0
```

3. 13 の剰余

```
13 | 2 12 13 27 48 52
2 12 0 1 9 0
```


4 ポーカーと確率

1. ポーカーの 5 枚の組み合わせ総数
2 枚なら 52×51 , 3 枚なら $52 \times 51 \times 50 \dots$

```
*/ 52 51 50 49 48
311875200
```

2. 52 枚から 5 枚を取った全組み合わせ

```
x: 5!52
2598960
```

$${}_{52}C_5 = \frac{52 \times 51 \times 50 \times 49 \times 48}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{311875200}{120} = 2598960$$

tap 5 で 1-5 の全組み合わせがみられる。個数のみ載せる

```
tap=: i.@! A. i.          NB. Table of all permutations
```

```
# tap 5
120
```

3. Grammar

!	階乗	組み合わせ
x:	指数表示停止	辞書参照
i.(integer)	順序数打ち出し	
@(atop)	前後の関数を連結する	
A.	辞書式順序	

4.1 ポーカーのハンドと確率

ポーカーの確率の算出はなかなか複雑で 3 筋程の縄が必要
滅多に出来ないハンドから始めるのが通例のようだ。

1. 母数

```
x: 5!52
2598960
```

2. ロイヤル・ストレートフラッシュ

(a) CDHS=4

(b) $TJQKA \times 4 = 4$

3. ストレートフラッシュ

(a) ストレートは 10

A2345 23456 34567 45678 56789 6789T 789TJ 89TJQ 9TJQK TJQKT

JQKA2 など A を回り込む組み合わせはストレートとして扱わない

(b) ロイヤル SF になる TJQKA の一例を除外し、 $9 \times 4 = 36$

4. 4 Card

A から K まで 13 の完成パターンがある。残りの 48 枚の 1 枚は何でも良いので $13 \times 48 = 624$

$$x: (13 \times 48) \div 5! = 52$$

1r4165

$$\frac{1}{4165}$$

5. ストレート

(a) ストレートは 10 通り

(b) CDHS を跨ぐ組み合わせ $4^5 = 1024$

4 枚の A 夫々に 2 は 4 種類、3 も 4 も 5 も 4 種類

$$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$$

(c) ロイヤルストレートフラッシュ、4 組を除外

(d) それでは

$$10 \times 4 + 4^5$$

10200

$$x: (10 \times 4 + 4^5) \div 5! = 52$$

5r1274

0.00392465 NB. 0.4%

6. フラッシュ

(a) 同じスーツ 5 枚は ${}_{13}C_5 = 1287$

$$5! = 120$$

1287

(b) これがストレート (ロイヤルを含む) になる場合は 10 通り

(c) CDHS 各々で 4

$$4 \times 10 + 5! = 130$$

5108

$$x: (4 \times 10 + 5!) \div 5! = 52$$

1277r649740

0.0019654 NB. 0.2%

7. フルハウス (3 カード + 1 ペア)

(a) 3 Card は $13 \times 4 = 52$ 通り

(b) ここから 1 ペアができる確率

(c) 2 枚のカードがペアになるパターンは $13 - 1 = 12$

(d) 2 枚のカードでできる CDHS の組み合わせは ${}_{4}C_2 = 6$

$$12 \times 6 = 72$$

$$* / 52 = 72$$

3744

$x: (* / 52 \ 72) \% 5! 52$
 $6r4165$
 $0.00144058 \quad \text{NB. } 0.14\%$

8. 3 Card

- (a) 3枚の同じ数字のカードを引く
 (b) 同じ数は13、CDHSは4通り

$$13 * 3! 4$$

52

- (c) 4 Card にならない

52-3=49枚。この中に1枚4 Cardになる札があるので除く。

- (d) フルハウスにならない

1枚除いた残りの48枚から2枚引く組み合わせは ${}_{48}C_2$

$$2! 48$$

1128

- (e) 残りのカードで2枚引いて1ペアができるのは $13-1=12$ 種類。

- (f) 4種類のカードで1ペアができる組み合わせは ${}_4C_2 = 6$

$$12 \times 6 = 72$$

$$52 * (1128 - 72)$$

54912

$$x: (52 * (1128 - 72)) \% 5! 52$$

88r4165 NB. 2.1%

0.0211285

9. 2 pair

- (a) 2ペアで4 Card にならない組み合わせ

AA と 22 33 KK = 12

22 と 33 44 ... KK = 11

$$|. >: i. 12$$

12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

$$+ / |. >: i. 12$$

78

これは $2! 13=78$ と同じこと

- (b) スーツ (CDHS) から2つを選ぶ

$2! 4=6$ これが2通り

- (c) $* / 78 \ 6 \ 6 = 2808$

- (d) フルハウスにならないには2ペアそれぞれが3カードにならないこと。

48枚に2枚ずつある。

$$48 - 4 = 44$$

- (e) それでは

$$2808 * 44$$

123552

x: $(2808 \cdot 44) \% 5!52$

198r4165

0.047539 NB. 4.8%

10. 1 ペア

- (a) CDHS のうち 2 枚の組み合わせ

$2!4$

6

- (b) 数字は 13 あるので $13 \times 6 = 72$

- (c) 4 Card, 3 Card にならない

- (d) 残り 12 の数のうち 3 枚引いて重複しない

$3!12$

220

- (e) 3 枚についてのスーツの選び方 $4^3 = 64$

* CDHS ** CDHS *** CDHS $\rightarrow 4^3 = 64$

好き勝手に選べばよい。

$(3!12) \cdot 4^3$

14080

- (f) それでは

x: $(78 \cdot (3!12) \cdot 4^3)$

1098240

x: $(78 \cdot (3!12) \cdot 4^3) \% 5!52$

352r833

0.422569 NB. 42.2 %

11. 何ものなし、空振り

- (a) 役付きハンドの合計 1296420

- (b) 空振りは 50%

x: $(5!52) - 1296420$

1302540

$((5!52) - 1296420) \% 5!52$

0.501177 NB. 50.1177 % が空振り

12. まとめ

<i>hand</i>	出現回数	頻度	%
<i>RSF</i>	4		
<i>SF</i>	36		
<i>4Card</i>	624	1r4165	0.0240096
<i>FullHouse</i>	3,744	6r4165 = 694.167	0.144058
<i>Flush</i>	5,108	1277r649740 = 1r508.8	0.1965
<i>Straight</i>	10,200	5r1274 = 254.8	0.392465
<i>3Card</i>	54912	88r4165 = 1r47.33	2.11285
<i>2Pair</i>	123552	198r4165 = 1r21.04	4.7539
<i>1Pair</i>	1098240	352r8331r2.37	42.2569
<i>Nothing</i>	1,302,540	残り全部	50.1177

5 コントラクトブリッジと確率（最初の一步）

J 言語はスタンフォードでの APL コンgressからメンバーが持ち帰り、統計数理研究所で研究会が始まったところから参加している。

コントラクトブリッジ歴はもう少し長いあまり勉強しないので、今回改めて Script を作成し、確率の勉強も始めた。

コントラクトブリッジは4人でプレーする。NS-EW がペアになり、オークションで競り落としたペアのハンドができるか、ディフェンス側が阻止するかを争う。

各自に配られる13枚のハンドは ${}_{52}C_{13} = 6350$ 億の組み合わせが母数となると言われてもフーンというばかりだが、少し実践的な確率を見てみたい。

x: 13!52

635,013,559,600

ブリッジのハンドの組み合わせはポーカーのフラッシュを複雑にしたもの

5.1 よく出るハンドベスト5

次の4432はスーツと関係なく最初に配られたSHDCの13枚のカードの順不同の組み合わせである。ペアのメジャースーツがフィット（双方で8枚以上）すると有利になる。

ここでカードの別れ具合（distribution）の出現確率を見よう

解の確認はDurango Billに依った

<http://www.durangobill.com/BrSuitStats.html>

- 4432

x: (2!13)*(3!13)*(3*4!13)*4* 4!13

136852887600

0.215512

NB. 21.55%

- 5332

x: (2!13)*(3!13)*(3*3!13)*4* 5!13

98534079072 % 13!52

0.155168 NB. 15.5%

- 5431

$x: (1!13) * (2*3!13) * (3*4!13) * 4* 5!13$ NB. $2*3!13$

82111732560 % 13!52

0.129307

- 5422

$x: (2!13) * (2!13) * (3*4!13) * 4* 5!13$

67182326640 % 13!52

0.105797 NB. 10.58%

- 4333

後ろが333はこの1タイプ/39の組み合わせ

222は次のように計算している

$x: (3!13) * (3!13) * (3!13) * 4*4!13$

66905856160

$x: ((3!13)^3) * 4*4!13$ NB. $(3!13)^3$

66905856160

0.105361 NB. 10.5%

- まとめ

分かれ	%
4432	21.6
5332	15.5
5431	12.9
5422	10.6
4333	10.5

4種のスーツの分布は13,0,0,0/12,1,0,0/11,1,1,0/.../4,3,3,3/まで3939通りある。

出現確率が多いハンドは利得の少ないうれしくないハンドである。13-0-0-0=13枚はフラッシュならばストレートにもなっており、4ケースあるが出現確率は1500億回に1回である。

5.2 配った手札の確率を求めるプログラム

1. アルゴリズム

上の確率はBillのページで解を確認しながら計算した。しかしこの5のケースから明確なアルゴリズムは得られず、Billの解説を読み込んだ

- 手札13枚のうちSHDSの4種類の分布は ${}_m C_n$ で求められる。
- 5431の例

```

5 4 3 1 ! 13
1287 715 286 13
*/ 5 4 3 1 ! 13
3421322190

```

- 最初の 5 枚は SHDC の 4 種のスーツがある。次の 4 枚は 3 種、3 枚は 2 種類。計 24 種類のケースがある

```

# tap 4
24

```

- 4 の分布が異なる場合は各階乗を掛け合わせた数に 24 ケースを掛けた数を基本とする。0 も一つの数として取り扱う

```

24* */ 5 4 3 1 ! 13
82111732560

```

- 問題は 4 3 3 3 や 5 3 3 2 の様に 2 個、3 個の重複があるとき。
Bill のアルゴリズムでは 2 個重複は Fact(2), 3 個重複は Fact(6) として、2, 6 で割る
- 3 個重複の場合は 4 を先に取った場合は残りは 同じ枚数を 3 乗で計算する。3 ケースありそうだが!の方で計算済みで (3 乗の各スーツは何でもよい) 4 ケースのみ
- 2 個の場合は 24 を 12 に縮減する。これは $12 = 4 * 3$ に相当 (2 乗と同じ、従ってスーツは何でもよい)

2. Script

- 重複のカウント

重複のチェックとカウントは nub ~: で行う

```

~: 4 3 2 1
1 1 1 1
~: 4 3 3 1
1 1 0 1
~: 4 3 3 3
1 1 0 0

```

- Script

```

NB. Durango Bill
distribution=: 3 : 0
NB. usage: u 5 4 3 1
ind=. +/ ~: distri=:y
tmp0=. */ y ! 13
select. ind
NB. case. 4 do. tmp=. tmp0
case. 3 do. tmp=. 12 * tmp0 NB. 5 3 3 2
case. 2 do. tmp=. 4 * tmp0 NB. 4 3 3 3
fcase. do. tmp=. 24 * tmp0 NB. 5 4 3 1
end.

```

```
(x: tmp );  _1 x: 100 * tmp % 13!52
)
```

- 実行

```
distribution 5 4 3 1
+-----+-----+
|82111732560|12.9307|
+-----+-----+
distribution 4 3 3 3
+-----+-----+
|66905856160|10.5361|
+-----+-----+
```

5.3 ペアのハンドと分布

ペアが例えば 13 枚中 11 枚のスペードのカードが来た場合、対抗ペア（オポネント）の 2 枚の手持ちカードはペア間でどのように分かれるか？

- 11-2

```
(0 1 2 ! 2) * 11 12 13 ! 24
2496144 5408312 2496144
(13!26) %~ (0 1 2 ! 2) * 11 12 13 ! 24
0.24 0.52 0.24 / 0-2,1-1,2-0
```

- 10-3

```
(0 1 2 3 ! 3) *10 11 12 13 ! 23
1144066 4056234 4056234 1144066
(13!26)%~ (0 1 2 3 ! 3) *10 11 12 13 ! 23
0.11 0.39 0.39 0.11 NB. 0-3,1-2,2-1,3-0
```

- 9-4

```
(0 1 2 3 4! 4) *9 10 11 12 13 ! 22
497420 2586584 4232592 2586584 497420
(13!26)%~ (0 1 2 3 4! 4) *9 10 11 12 13 ! 22
0.0478261 0.248696 0.406957 0.248696 0.0478261
NB. 0-4,1-3,2-2,3-1,4-0
```

- 8-5

```
(0 1 2 3 4 5! 5) *8 9 10 11 12 13 ! 21
```



```

203490 1469650 3527160 3527160 1469650 203490
(13!26)%~ (0 1 2 3 4 5! 5 ) *8 9 10 11 12 13 ! 21
0.0195652 0.141304 0.33913 0.33913 0.141304 0.0195652
NB. 0-5, 1-4, 2-3, 3-2 ,4-1, 5-0

```

- Script

```

distribution2=: 3 : 0
NB. Usage: u 9 4 // total is 13
'a b'=: y NB. ex. 9 3
tmp0=: (nr ! b) * ((nr=: i. >: b )+a) ! 26-b
(<tmp0),:(<100*tmp0 % 13!26)
)

```

- 実行例

```

distribution2 9 4
+-----+
|497420 2586584 4232592 2586584 497420 |
+-----+
|4.78261 24.8696 40.6957 24.8696 4.78261|
+-----+

```

```

distribution2 8 5
+-----+
|203490 1469650 3527160 3527160 1469650 203490|
+-----+
|1.95652 14.1304 33.913 33.913 14.1304 1.95652|
+-----+

```

References

鈴木義一郎「J言語による統計分析」森北出版 1996