

Jによるデジタル幾何学—その0

数学教育にとってデジタル幾何学とは

西川 利男

1. はじめに

「デジタル幾何学」と題して、Jのグラフィックスを活用した筆者なりのアプローチを数回、発表してきた。ここであらためて数学、とくに数学教育における幾何学のレーゾン・デートル(raison d'etre)について、考えてみたい。

2. ユークリッド幾何学の問題点

いま、学校教育の現場で幾何学はおよそ魅力がなく、カリキュラムからはずした方がよい、とまで言われている。これは日本に限ったことではなく、アメリカでも、例えば数学者コセクターにより指摘され[1]、重大な問題になっている。最大の原因が、これまで当然として教えられてきたユークリッド幾何学のいくつかの問題点にある。

ここでは、銀林浩氏の著書[2]から多少長くなるが、紹介してみよう。同書では、ユークリッドの「原論」の欠陥として、3つの項目をあげている。

第1の欠陥は測度(measure)がないことである。量の数値化をすることなく、点や線から成る図形を「これ」として呈示するのみで、これでは現代に役にたつ数学とはなり得ない。

第2の欠陥は、空間がない。直線が平面を2つの部分に分けるという定理すらない。さらに、第3の欠陥として、単位となる図形として三角形を据えていることである。そのために、三角形の合同定理がすべての出発点となっている。

そもそも三角形の合同定理は3辺と3角という6つの量の関係から合同を結論するものであり、しかもこの6つの量は独立ではなく、複雑な関数関係(正弦定理や余弦定理)によって結びつけられている。このために、ユークリッド式の証明法では、極めて技巧的な洞察が必要となる。補助線をひくといった技巧も、結局はこの三角形分割という必要から起こってくるといってよい。ユークリッド流の論証幾何、というものは、要するに、このような特殊な技巧の練習にすぎないとさえいえる。

3. ユークリッド幾何学から解析幾何学へ、そしてデジタル幾何学へ

デカルトは座標系というシステムを考案して、図形の扱いを数値計算でおこなう解析幾何学を創始した。これは大変な新しい画期的なパラダイムだと筆者は思う。

ところが、その解析幾何学は現在では、逆に関数の形や数値の変化を図形として見るだけの道具としか使われていないのはまことに残念である。

ユークリッド幾何学は問題が多いが、図形の学は決して不必要どころか、数学で最も役にたつ大切なものである。

現代のコンピュータ・グラフィックスという強力な力を得て、デカルトの時点に立ち返り、別のパラダイムとしてスタートすべきである。それがデジタル幾何学である。かつての紙と鉛筆、定規とコンパス、さらにはグラフ用紙に代わるものは、デジタル幾何学ではコンピュータのマウス(デジタルタイザの方がもっとベターだが)とディスプレイである。そしてわれわれには、頭脳としてのJ言語がある。

4. Jデジタル幾何学とは

このような意味において、デジタル幾何学では次のような基本の図形操作がまず必要である。

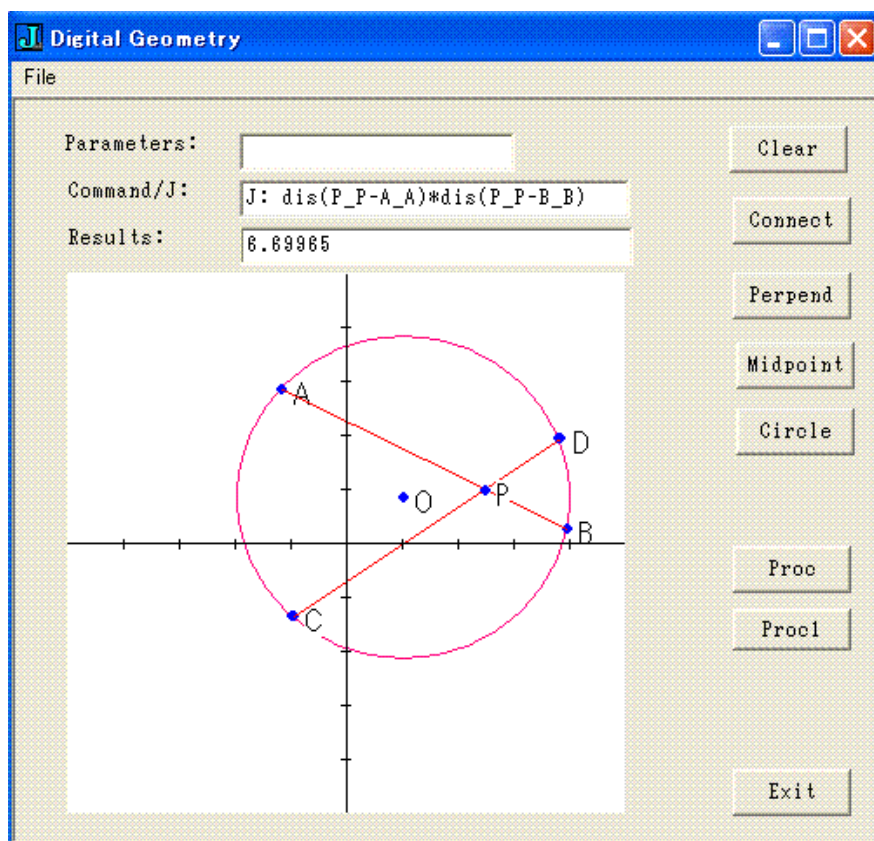
- ① 名前をつけて、画面上に点を打つ。
- ② その点を自由に移動させる。
- ③ 2つ以上の点を結ぶ。
- ④ 点と直線（または線分）との距離を得る。さらに垂線を下ろす。
- ⑤ 中心と半径とから円を描く。

これらの操作はJ幾何グラフィックスシステムでは次のように行われる。

- ① Parameters ボックスに名前を入力し、マウスの右ボタンをクリックする。
- ② マウスの左ボタンのドラッグで任意の位置にもっていく。
- ③ 2つの点(例えばAとB)を作り、Parameters ボックスに「AB」と入力してから、ボタン Connect を押す。
- ④ 同様にParameters ボックスに「P, AB=Q」と入力して、ボタン Perpend を押す。
- ⑤ 同様にParameters ボックスに「P, r」と入力して、ボタン Circle を押す。

5. J幾何グラフィックスの実際

いわゆる方べきの定理はJ幾何グラフィックスによって、以下のように示される。



[1] H. コセクター著、銀林浩訳「幾何学入門、第2版」明治図書(1965).

[2] 銀林浩、真砂克彦「線型幾何学入門」国土社(1974).