

金融工学単語帳

derivatives とは 何だ？

中野 嘉弘 83才 (札幌市)

FAX 専 011-588-3354 yoshihiro@river.ocn.ne.jp

東京大学でも『金融工学 financial engineering』の学科が創設されるそうだ。まことに、遅ればせながら!!! (文献0)
JAPLAの研究会でも、最近、オプションとかデリバティブなどの術語が登場するので面食らう事しばしばである。本稿は、何とか、対策をと努力したささやかな一例である。未熟なものであるが、会友諸賢のお知恵を引き出す為に、取りあえず、お目に掛けよう。今後、追加・修正を要する事は覚悟して居ます。

は し が き

JAPLA 10月例会で、私も「確率微分方程式入門」(文献1)なるエッセイを書いた。その時、材料にした、会友・志村氏の旧稿(文献2)中の金融工学的な術語に苦労した。その後、私の古い教え子・定免君の訪問を受けた。元来は「物理屋」だが、「コンピュータ企業”UNIVAC”」に入社したのが発展して「経済企業”UNISYS”」の重鎮になっていた。名刺を貰ったら金融企画部、国際金融システムコンサルタントと書いてあった。企業活動は海外に及ぶらしい。海外事情も聞いた。

近くのインド(IT産業のアジアの知恵袋)でも、米国のMITマサチューセッツ工科大学に匹敵するインドの工科大学IITを卒業したエンジニアが金融システムの開発に多数、投入されていると。開発部門はまるで大学の研究室の如き熱気と雰囲気溢れている。そして、システムの純理論的な部分や基礎技術については、まことに天才的な成果を見せているそうです! (日本は実務への応用に一日の長か?)

その定免氏から、最近、参考資料が送られて来た(平成18.11.14)。

題して「デリバティブのしくみが判る本」(文献3)。

「だれにでも簡単に」と前書きしてあるが、素人には、それでも、とっつき難い。あれや、これやで苦労した単語帳もどきを、会友諸賢にご披露して、叩き台的に御発言を引き出たく存じます。

参考書としては、他に「イミダス」(文献4、他文献5、6、7、8、9)等がある。

単 語 帳

A

アービトラージ取引 arbitrage : 元来はフランス語の「裁定」から「裁定取引」と訳される。似たような商品で、割安の方を買い、割高の方を売って、リスクなしに、収益を確定させる取引である。

「裁定買い」では先物を売り、現物を買う。

「裁定売り」では先物を購入し、現物を売却すること。

B

ブラウン運動 brownian motion : 極めて微細だが、途切れのないランダムな、ギザギザな線を描く運動。 数学的には、連続的 continuous な運動軌跡を持つが、至る処微分不可能 nowhere differentiable である。
分子運動、酔歩、株価、為替相場変動などに見られる。
発見は Jan Ingenhousz (1785)、再発見は Brown (1828)。 Einstein が理論的に diffusion constant を導き、 Perrin が Avogadro 数を決めるのに用いた。

ブラック・ショールズ Black-Scholes :

Fischer Black (1938-1995) 物理学者 1964 PhD (Harvard U.)、
1971 シカゴ大の Business 大学院教授
1973 有名な論文「Pricing of Options」 共著
1984 MIT 離職、 Goldman Sachs & Co. に移る。

Myron Scholes (1941-)

1973 有名な論文「Pricing of Options」 共著
現職 Salomon Brothers 社の derivatives 販売部門

ブラック・ショールズ の 公式 : 次項のコールオプションなどのオプション価格の算定式として有名な1つの例式である。 ノーベル経済学賞のきっかけとなった。

導来には難解な伊藤清の確率微分方程式論などを使うが、結果の式自身は簡単で、微積と正規分布を知ればなんとかなる。 極端な話、いわゆる算数のレベルで間に合うともされる。

このBSの式では、株価は完全にランダムに動くとするが、それに代って、量子力学のシュレーディンガー方程式などを利用したらどうかとの考えもある。改良型にファインマン・カッツの公式などもある。

ベース・ポイント basis point : 1% の 100分の 1の事。
0.25% 上昇 は25 ベース・ポイント 上昇。

C

コール・オプション call option : 「(資産を) 一定の相場で買うこと call の出来る権利」。 その「権利オプション」を持った人を保有者 holder と呼ぶ。 その契約の相手側を、ライター writer と呼ぶ。
holder には権利のみあって、義務は無い。 writer はオプションの売り手であるから、「求めに応じて原資産を売らねばならぬ義務を負う」。
これらの「権利」自身をも売買出来る。 逆に
「(資産を) 一定の相場で売ること プット put の出来る権利」もある。

- a. コール・オプションを「買った」時の損得は？
原資産価格が、行使価格より上昇していれば、権利行使によって利益は増大す。逆に下落の場合には、権利行使せずに静観となる。 その損は「プレミアム」の支払分だけである。
- b. コール・オプションを「売った」時の損得は？
原資産価格が、行使価格より上昇していれば、買い方に権利行使されて、損失が増加する。 逆に下落の場合には、買い方は何もしないだろうから、影響は受けず、自分は「プレミアム」の受取分だけ利益を得る。

D

デリバティブ derivatives (狭義では派生) : 組合せ金融商品のこと。
狭義の金融派生商品には、「転換社債 (普通社債と株式転換権の組み合わせ) 」や
「ワラント債 (新株発行引受権証書) 」、「ヘッジ ファンド hedge fund」、「MBS
Mortgage 抵当権 Backed Securities」などがあつた。

それに、新しい金融取引手法として、「先物取引 futures」、「オプション
取引 options」、「スワップ取引 swaps」等を加えたものを指す。
なんと、金融には一見無関係な「お天気」と組み合わせて、「天候デリバティブ」なる
金融新商品もあるそうだ。

店頭取引デリバティブと取引所取引デリバティブの区別がある。取引所には、<東京
大阪 名古屋 証券取引所>や<東京国際金融先物取引所>などがある。

G

原資産 underlying asset :

H

配当 dividend :

ヘッジ hedge : リスク軽減、損失救済。 売りヘッジ (ショートヘッジ) や
買いヘッジ (ロングヘッジ) などがある。

弱気筋 bear、 強気筋 bull

リスクヘッジ risk hedge : 自分で取れないリスクを他者に移転する事。

ヘッジング hedging : つなぎ売買

ヘッジ取引 hedge trading : 現物の価格変動リスクを、先物等の売買によって回避
する事。

ヘッジ ファンド hedge fund : 1940 年頃米国で誕生した投資の一形態。 少ない
元手で、莫大な利益を上げるレバレッジ (leverage テコ) 効果
を狙う。 直訳の「リスク軽減、損失救済」とは無関係。

I

伊藤の補題 Ito's lemma :

Ito, K (1951) On Stochastic Differential Equations, Memoirs of the
American Mathematical Society, Number 4

伊藤清先生 (91 才、京都大学名誉教授) の 2006 年、IMU (国際数学連合)
の第 1 回ガウス賞受賞の理由となった確率論の定理。

古典解析に於けるニュートンの微分・積分学の基本定理に匹敵する役目を
確率解析に於いて果たすものだろう。

第 1 補題 : ブラウン運動 $W(t)$ 上の実数値関数 $f(W, t)$ をテイラー展開

すれば $df(W(t)) = \dots$ 3 次以上の項は 0 となる。

第 2 補題 : $df = () dW + () dt$ が成立する。

第 3 補題 (アイソモルフィ・レンマ) :

確率過程 $\{X(t)\}$ が 確率微分方程式 $dX = f \cdot dW + g \cdot dt$ に
従うとき、ブラウン運動 $W(t)$ 上の実数値関数 h について

$dh = () dW + \{ \} dt$ が成立する。

式の詳細の表示は、(電子版に) いわゆる文字化けの恐れがある。

そこで、直接、例えば Wikipedia 等を参照下さい。

インカムゲイン income gain : 預金の利子、債券投資、信託の収益分配金、株式投資の配当などの総称。 反対語はキャピタルゲイン。

K

キャピタルゲイン capital gain : 譲渡益、値上がり益など。 資本利得と訳される。土地、有価証券、株式等の資産の価格変動に伴って生ずる売買差益など。 反対に資産売却により損失になれば、キャピタルロスと呼ぶ。

株 share, stock :

確率微分方程式 stochastic differential equation

過程 process

マルコフ過程 Markov process

ウィーナー過程 Wiener process

株式 stocks, shares, equities :

為替特約付き外貨定期預金 : 外貨預金 と オプション の組合せ金融商品

行使価格 strike price : 事前価格

M

マルコフ過程・鎖 Markov process. chain :

試行回数 $n=0, 1, 2, 3, \dots$ の各場合の観測値 $X(n)$ が、ある確率変数の実現値である時、その集合 $\{X(N)\}$ を確率過程と呼ぶ。

特に、未来は現在のみに関係し、それ以前の過去には無関係な時、マルコフ過程と呼ぶ。 その中、確率変数 $X(n)$ の取り得る値が有限ケの時、マルコフ鎖と云う。

そして、 $X(N)$ の取り得る値の集合を「状態空間」と呼ぶ。

簡単な例はランダムウォーク。 人口推移もマルコフ過程である。

マルチンゲール martingale : この語義自体に確定した説は無い。

株価を例に採り解説しよう。 次の条件を満たせばマルチンゲールである。

- ・株価は独立に（他の日と無関係に）変動するもの也。
- ・株価の上下の期待値は0とする。 例えば±10円の変化の確率は1/2。
- ・ある日の株価は、その前日までの過去の株価の上下の累積和Sである。

式で表示すれば $S(n)$ が判っているとの「条件付き」の $n+1$ 日の 期待値は $E(S(n+1) | S(n)) = S(n)$

つまり、期待値が0の独立確率変数の和 S はマルチンゲールである。

簡単な例 : 左右に等確率 1/2 の (1次元の) ランダムウォーク。

満期日 expiration day, expiry date : (行使出来る) 将来のある時点

満期 maturity :

N

二項モデル法 binomial method : 資産価格が連続でなく2値をとる離散モデル

このモデルでもオプションの価格算定が簡単に出来る。

Cox & Rubinstein(1979) "Option Pricing: A Simplified Approach"
(1985) "Options Markets" Prentice Hall

O

オプション取引 **option transaction** : 権利を対象とする取引の事。 契約時の価格で、ある資産を将来のある時点（通常は満期日）に、購入または売却出来る権利を対象とする。 前者、即ち「買うことの出来る権利」をコール call・オプション 後者、即ち「売ることの出来る権利」をプット put・オプションと呼ぶ。 その権利の買い手が売り手に支払う取引金額を「プレミアム」と呼ぶ。 オプションの買い手は、満期時に権利を行使せずともよいが、オプションの発行者は、権利の行使には必ず応じなければならぬ。 権利の行使日を決め手おくものを、ヨーロピアン型と呼ぶ。 行使日までの残存期間（余時間）も一つの価値で、これをタイム・バリューと云う。

オプション取引は原資産（underlying）の価値をヘッジするだけでなく、原資産の価値を上げる事にも利用される。

アメリカン・オプション **American option** : 満期時点より前の任意の時点で行使可能。 ボラティリティが高さが強く反映して、オプション価格が高くなり易い。 数学的にはアメリカンの方が面白い（自由境界値問題であるから）。

ヨーロピアン・オプション **European** : 満期時点でのみ行使可能
算定公式は簡単になる。

エキゾテック・オプション : 経路依存型オプション
アジアン・オプション : 資産価格のある平均に依存するオプション
ルックバック・オプション : 資産価格の最大値または最小値に依存する
バリアー・オプション : 満期前に資産価格がある規程値に達すると行使可能または無価値になる

P

ポートフォリオ **portfolio** : 元来は「紙挟み」のこと。 有価証券を保管した。 投資家の所有する金融資産の集合体を指す。 複数の資産に投資する時の、資産の組み合わせの事でもある。

例 : 2つの資産を a単位、 b単位ずつ組み入れたポートフォリオを考える。 その2つの資産の時価を X と Y としよう。 これら価格は、確率変数的に変動するのが普通である。 そのポートフォリオの時価 V は

$$V = a \cdot X + b \cdot Y \quad (* \text{ は積})$$

$$\text{その平均は} \quad E(V) = a \cdot E(X) + b \cdot E(Y) \quad (E \text{ は期待値})$$

$$\text{その分散は} \quad \text{Var}(V) = a^2 \cdot v(X) + b^2 \cdot v(Y) + 2a \cdot b \cdot v(X) \cdot v(Y) \quad (v \text{ は分散})$$

ポートフォリオ理論 : 投資に於いて、リターン（収益率の平均）を大きく、リスク（収益率の分散 又は 標準偏差）を小さくするように、組み合わせ（ポートフォリオ）を作る。 その数学的理論。 ブラック・ショールズ公式もその有名な例である。

プット・オプション **put option** : 「(原資産を) 売ることの出来る権利」

この「権利」自身をも売買出来る。

プット・オプションのライター **writer** は 「その原資産を買い取る義務」を負う。

a. プット・オプションを「買った」時の損得は？

原資産価格が、行使価格より下落していれば、自分が権利を行使する事により利益は増加する。

逆に上昇の場合には、権利行使を放棄して、何もせぬ方が良い。

それによる損は「プレミアム」の支払分だけである。

b. プット・オプションを「売った」時の損得は？

原資産価格が、行使価格より上昇していれば、買い方は権利行使をしないで
あろうから、影響は受けず、「プレミアム」の受取分が利益となる。

逆に下落の場合には、買い方に権利行使される可能性が高くなり、影響をまともに受け、損失は無限大に拡大する恐れがある。

R

ランダム・ウォーク **random walk** : 決まったステップ幅の離散的継続からなるランダム過程である。 その例は **Brownian motion** や **diffusion**。 関連事項 :

Galton Board, Markov Chain, Martingale, Percolation Theory, Random Walk 1,2,3-dimensional, Self-Avoiding Walk

利子率

現在価値 **present value**

割引 **discount**

S

先物取引 **futures transaction** : ある金融商品を、将来の特定日に、特定の価格で一定の数量(売買)取引する契約の取引。 契約実行時点で、現物の受け渡しは行わず、差金決済するのが通常。 当事者の一方が必ず利益を得、他方は損を蒙る。 支払不履行など防止のため、担保証拠金の追加が求められる。

現在の商品には金利先物、株価先物、通貨先物などがある。

先物契約 **futures contract** 市場取引である。

先渡し契約 **forward contract**、先渡し価格 **forward price** 相対取引である。

受け渡し期日 **deliery date**

スペキュレーション取引 **speculation transaction** : キャピタルゲインの取得を目的とする取引のこと。

スワップ取引 **swap transaction** : 通貨スワップでは、円・ドルなど異なった通貨間での債権・債務、キャッシュ・フロー(収支計算書)の交換取引をする。
金利スワップでは、固定金利と変動金利の受取の交換や、円・ドル相互間の金利の交換取引などである。

スワップション **swaption** : スワップ と オプション の組み合わせ金融商品

スプレッド **spread** : 価格差、 売買呼び値価格差 **bid-offer(又は ask) spread**

スプレッド貸出 **spread-lending** :

収益率 **rate of return** :

資産 assets :

即金 spot cash

直物 (じきもの) 相場 spot rate :

T

取引所 clearing house : オプションの登録・清算をする。ライターに代わって、清算の為に保有して置く資金 (または代替物) が「証拠金 margin」である。最も単純なコールとプットのオプションをヴァニラ vanilla・オプションと云うことがある (何処にでもあると云う意味)。

ロンドン国際先物オプション取引所 London International Financial Futures and Options Exchange: LIFFE

ロンドン証券取引所 LSE

シカゴオプション取引所 Chicago Board Options Exchange: CBOE

V

ヴォラティリティ volatility : 株価変動率。略称 ヴェガ Vega。商品価格等の変動の割合。収益率の分散 又は 標準偏差を測る。デリバティブ取引ではオプションの原資産 (取引対象) 価格の変動率を示すので重要である。過去形のヒストリカル・ヴォラティリティ と市場での将来予想のインプライド implied・ヴォラティリティ がある。後者はオプション価格 (プレミアム) に関係し、ブラック・ショールズ方程式等を用いて算出される。

ヴォラティリティ・オプション volatility options : ある商品の市場価格のヴォラティリティ自身を取引対象 (原資産) とするオプション。

む す び

門外漢にとって、金融用語は面食らう事が多かったが、調べるのは結構、面白い経験であった。「デリバティブ・・・」と題した文献・資料 (文献4、5、6) は有効であった。また、野村証券などの、金融用語辞典がインターネットで見ることが出来る (例えば <http://www.nomura.co.jp/terms/search/>)。

しかし、これらの中には、伊藤清の定理やブラック・ショールズの公式は、ついで見る事は出来なかった。

私的な当座メモとして集めた単語帳であるが、いくらでも増える話題である。諸賢からの情報を期待したい！

文 献 ・ 参 考 資 料

- 0) 読売新聞：2006（平成18年）10.18（木）北海道版
- 1) 中野嘉弘：「J と 確率微分方程式入門」JAPLA 2006/10/28 pp.10
- 2) 志村正人：「ブラック・ショールズのプログラム」JAPLAシンポ2000/12/16 pp.5
- 3) 「イミダス imidas 2000」集英社 200.1.1 pp.1510
- 4) 高嶋勝平（大和証券）：「デリバティブのしくみがわかる本」金融ブックス、
1997 1版3刷 pp.150
- 5) 成澤和己 監修：「デリバティブ便覧」銀行研修社、1995（平7年）pp.438
- 6) 可児滋：「デリバティブ用語辞典」ときわ総合サービス株式会社出版部
平成13年4月
- 7) 刈屋武昭・小暮厚之：「金融工学入門」東洋経済新報社、2002.4.25 pp.205
- 8) 日本経済新聞社：「Q & A 金融100の常識 改訂3版」1999.1.18
- 9) 伊藤幹夫・戸瀬信之：「デリバティブの数学入門」共立出版、2002.7.25 pp.304
- 10) デイデー・ソネット原著、森谷博之〔監訳〕：「経済物理学」PHP研究所
2004.3.10 pp.362

原著者 Didier Sornette は地球物理学者、米国 UCLA（カリフォルニア大学ロサンゼルス校）教授