

数学の散歩道 (J と整数論)

山下 紀幸

2000.12.16

1 エジプトの分数式

$1/2$ や $1/3$ のように、分子が 1 の分数を単位分数と呼ぶ。そして、分子が 1 でない勝手な分数を異なる単位分数の和で表すことを、エジプトの分数式と呼ぶ。

浮動小数点方式では、誤差を生ずる可能性があるので、有理数計算方式にした。

```
greedy2=: 3 : 0
('p';'q')=.y.
while. p>1
do.
  m=.>.q%p
  wr m
  r =.(p*m)-q[s=.q*m
  if. r=1 do. wr s end.
  p =.r[q=.s
end.
,,
)
```

```
greedy2 4 17
5
29
1233
3039345
```

2 試し割り算

整数論の問題を解いているとき、ある数を因数分解したいとか、その数は素数かということを調べたくなる事がよくあります。素因数分解のプログラムを使わなくても、 $2 \sim n$ までの全部の数で割る方法があります。無駄も多いようですが、結構便利です。

```

bunkai=: 3 : 0
n=.y.[d=.2
while. d<<.:n
do.
  if. (d|n)=0 do. wr d,n%d end.
  d=.d+1
end.
,,
)

```

```

bunkai 71489
11 6499
67 1067
97 737

```

3 素因数分解

Jの最新版には q: という便利な関数があるが、一応自前の関数を作ってみた。

```

soin=: 3 : 0
n=.y.
label_1. b=.2
label_2. if. b>.:n+1 do. goto_4. end.
if. (n-(.<.n%b)*b)=0 do. goto_3. end.
b=.b+1
goto_2.
label_3. wr b
n=.n%b
goto_1.
label_4. n
)

```

```

soin 71489
11
67
97

```

4 覆面算

[問題]

```
S E E
S E E
S E E
+ Y E S
-----
```

E A S Y の各英字に数をあてはめよ .

[解]

各英字を各桁の係数と考えると , 次式が得られる .

$$100 * Y + 300 * S + 40 * E + 3 * E + S = 1000 * E + 100 * A + 10 * S + Y$$

上式を整理すると

$$99 * Y + 291 * S - 957 * E = 100 * A$$

そこで , 下記の Y と S のクロス表を作り , E=1 の場合について MOD 100 で計算してみたところ , Y=7,S=4 の組合せが得られた .

```
i9=.:i.9
y=.99*i9
s=.291*i9
c=.y+/s
i9,.10|c-957
```

```
1 33 24 15 6 97 88 79 70 61
2 32 23 14 5 96 87 78 69 60
3 31 22 13 4 95 86 77 68 59
4 30 21 12 3 94 85 76 67 58
5 29 20 11 2 93 84 75 66 57
6 28 19 10 1 92 83 74 65 56
7 27 18 9 0 91 82 73 64 55
8 26 17 8 99 90 81 72 63 54
9 25 16 7 98 89 80 71 62 53
```

従って , $((99 * 7) + (291 * 4) - 957)$

従って , 1 つの解は

```

  4 1 1
  4 1 1
  4 1 1
+ 7 1 4
-----
 1 9 4 7

```

となる。E=2 の場合は $y=5, s=9$ が得られたが、 $A=12$ となり失格。
変数が少ないためか、試行錯誤は不要であった。

5 平方数のパズル

[問題]

連続する 2 桁の整数で、その平方数が数字の位置だけが異なっている組として、 $13^2 = 169, 14^2 = 196$ がある。ところで連続する整数で、その平方数が数字の位置だけが異なっている組が 3 桁では 2 組ある。それはどのような整数か。

[解]

数字の位置の異なる 2 つの数を判別するのに、各桁の数字を採りだし、小さい順に並び変えたものを数値化して同じであるかどうかの判定をする方法を使った。

```

puzz31=: 3 : 0
('p';'q')=.y.
while. p<:q
do.
  ('a0';'a1';'a2';'a3')=. (4#10)#:p^2
  a5=.10#.a4/:a4=.a0,a1,a2,a3
  ('b0';'b1';'b2';'b3')=. (4#10)#:(p+1)^2
  b5=.10#.b4/:b4=.b0,b1,b2,b3
  if. a5=b5 do. wr p,(p+1),(p^2),(p+1)^2 end.
  p=.p+1
end.
,,
)

puzz31 100 999
157 158 24649 24964
913 914 833569 835396

```

6 累乗再現数

[問題]

$3^4 * 7^2$ の式に出る数字を順に書けば 3472 となるが、勿論この計算の答ではない。しかし、ある累乗数の積が偶然にも、この式に出る数字を順に並べた 4 桁の数となる場合、この数を累乗再現数という。このような数はあるのだろうか。

[解]

```

math141=: 3 : 0
('p';'q')=.y.
while. p<:q
do.
('c0';'c1';'c2';'c3')=. (4#10)#:p
if. ((c0^c1)*c2^c3)=p do. wr c0,c1,c2,c3,p end.
p=.p+1
end.
,,
)

math141 1000 9999
2 5 9 2 2592

```

[検算]

```

(2^5)*9^2
2592

```

7 不滅の数字

[問題]

ある数がある。それからそのひっくり返した数を引いても、出てきた答はもとの数と同じ数字で構成されている。もっとも、各数字の順序の順序は変わっている。たとえば次の引き算を見ていただきたい。このような数は 4 桁数にあるだろうか。

```

  9 5 4
- 4 5 9
-----
  4 9 5

```

[解]

```

math144=: 3 : 0
('p';'q')=.y.
while. p<:q
do.
('a0';'a1';'a2';'a3')=. (4#10)#:p
if. a3=0 do. goto_1. end.

```

```

a4=.a0,a1,a2,a3
if. (#~.a4)<#a4 do. goto_1. end.
a5=.10#.|.a4
a6=.p-a5
if. a6<0 do. goto_1. end.
('a7';'a8';'a9';'a10')=(4#10)#:a6
a12=.10#.a11/:a11=.a7,a8,a9,a10
a13=.10#.a4/:a4
if. a12=a13 do. wr p,a5,a6 end.
label_1. p=.p+1
end.
''
)

```

```

math144 1000 9999
2961 1692 1269
5823 3285 2538
7641 1467 6174
9108 8019 1089

```

参考資料

- (1) 木田祐司：UBASIC によるコンピュータ整数論，p.12，日本評論社，1997
- (2) 木田祐司：UBASIC によるコンピュータ整数論，p.167，日本評論社，1997
- (3) 何森 仁：パソコンで楽しむ高校数学，p.19，サイエンス社，1991
- (4) ・オア：整数論（SMSG 新数学双書-12），p.111，河出書房新社
- (5) 上野富美夫：数学パズル事典，p.39，東京堂出版，2000
- (6) J．デグレージア：数のパズルはおもしろい，p.124，白揚社，1999