

J の組み込み乱数

M.Shimura

JCD02773@nifty.ne.jp

2008 年 4 月 16 日

1 J の組み込み乱数

classes/packages/stats/

random.ijs,statdist.ijs

Ver.6 で 乱数源にメルセンヌを採用し、強化されている。

New random number generators, including Mersenne Twister as the default RNG.

縦の木の植樹 縦の木を一本植える。

分布のパラメータは次の 2 つがよく用いられる。

位置 location parameter

木の高度と樹形 scale parameter

1.1 一覽

| | | | |
|----------|--|--|---|
| 一樣乱数 | rand01 v rand11 | generate y random numbers in interval (0,1) generate y random numbers in interval (-1,1) | |
| binom | binomialdist binomialprob binomialrand | y has 2 elements p,n: | |
| normal | normalprob normalrand | y has 3 or 4 elements: 0 = mean of distribution 1 = standard deviation 2 = minimum result 3 = maximum result (rand) with mean=0, stan- dard deviation=1. | Box Muller method |
| Γ | gammarand | y has 2 elements p,n 0 = power parameter 1 = number of trials if p=1 this is the exponen- tial distribution | $f(x) = \frac{1}{\Gamma(\lambda)} \alpha^\lambda x^{\lambda-1} e^{-\alpha x}$ |
| β | betarand | y has 3 elements p,q,n p is probability of success in one trial q is 1-p n is number of trials | $f(x) = \frac{1}{B(p, q)} x^{p-1} (1-x)^{q-1}$ $E(x) = \frac{p}{p+q}$ $V(x) = \frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)}$ $B(p, q) = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)} =$ $\frac{(p-1)!(q-1)!}{(p+q+1)!}$ |

| | | | |
|-------------|---|--|--|
| poisson | poissondist poissonprob poissonrand | y has 2 elements: 0 = mean of distribution 1 = maximum value to show e.g. poissondist 2 10 = list of probabilities of values from 0 to 10 in poisson distribution of mean 2 | |
| exponential | exponentialrand | with mean=1. $F(x)=1-e^{-x}$ y = number of trials | |
| cauchy | cauchyrand | $F(x) = 0.5 + (\arctan x)\%0.1$ y is number of trials | |

1.2 試運転

```

binomial random numbers

binomialrand 0.4 20
1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 0 1 1 1 0 1 1 0 0 0

binomialrand=: 3 : 0
'p n'=. y
r=. 2147483647
s=. <:p*r
s>?n#<:r
)

```

normal random numbers

Box Muller Method

互いに独立な一様乱数 U_1, U_2

$$Z_1 = \sqrt{-2\log U_1} \cos(2\pi U_2)$$

$$Z_2 = \sqrt{-2\log U_1} \sin(2\pi U_2)$$

'stick' plot 100 hist_count normalrand 10000

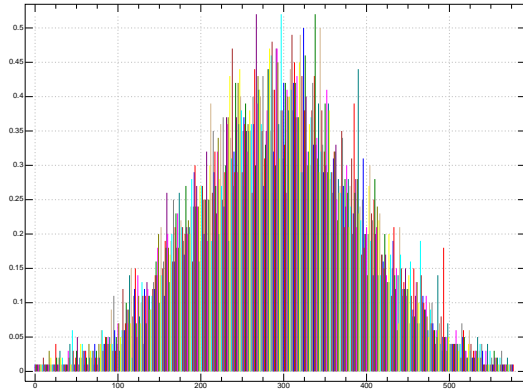


図1 normalrand

Poisson random numbers

$$f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

'bar' plot 100 hist_count poissonrand 3 10000

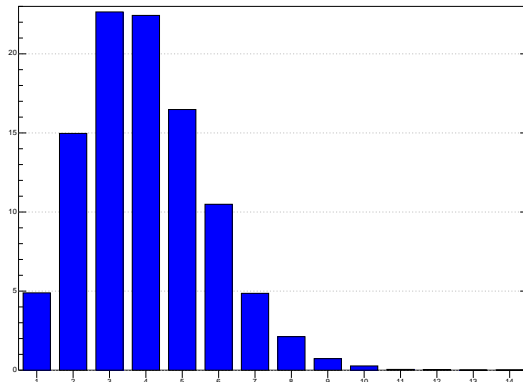


図2 poisson

```
normalrand=: 3 : 0
```

```
(2 o. +: o. rand01 y) * %: - +: ^. rand01 y  
)
```

Z_1 is *cos*

without parameter

```
poissonrand=: 3 : 0
```

```
'm n'=. y
```

```
roll=. -@^.@rand01
```

```
r=. b=. m >: t=. roll n
```

```
i=. i.n
```

```
while. #i=. b#i do.
```

```
    b=. m >: t=. (b#t) + roll #i
```

```
    r=. (b + i{r} i } r
```

```
end.
```

```
r
```

```
)
```

exponential random numbers

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

'stick' plot 100 hist_count exponentialrand 10000

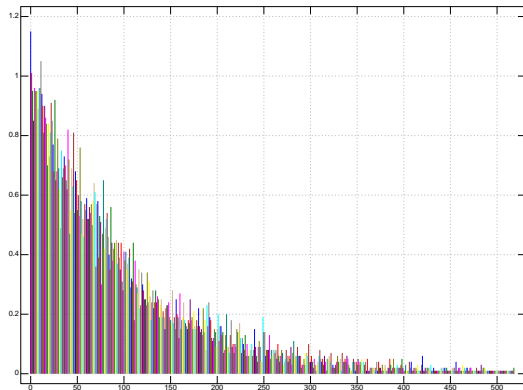


図 3 e

Γ random numbers

$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}$$

gammarand(p,n)

p is $\lambda (= \alpha)$, β はなし)

p=1 is exponential rand /指数分布になる

独立な指数分布に従う確率変数の n 個の和である。

$\alpha = 1$ の場合は平均 β の指数分布 ($\lambda = \frac{1}{\beta}$)

α が正の整数の場合はアーラン分布である。

$a = \frac{m}{2}, \beta = 2$ とすると自由度 m の χ^2 分布

'stick' plot 10 hist_count gammarand 2 10000

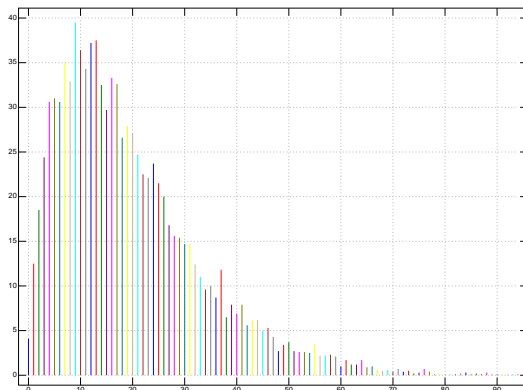


図 4 $\Gamma(\lambda = 2)$

```
exponentialrand=: 3 : 0
```

```
-^ .rand01 y
```

```
)
```

$$f(x) = e^{-\lambda x}$$

```
gammarand=: 3 : 0
```

```
'p n'=. y
```

```
r=. n#0
```

```
k=. p-i=. <.p
```

```
if. k do.
```

```
  r=. betarand k,(-.k),n
```

```
  r=. r * -^ .rand01 n
```

```
end.
```

```
if. i do.
```

```
  r-^ .*/rand01 i,n
```

```
end.
```

```
)
```

'stick' plot 10 hist_count gammarand 3 10000

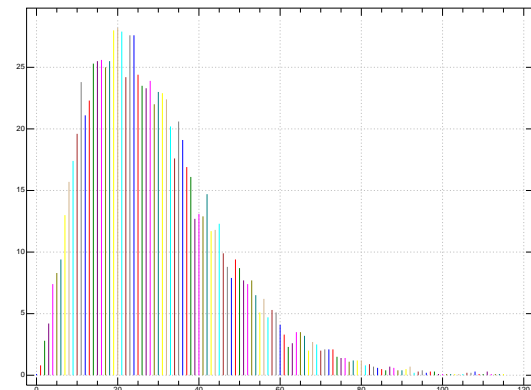


図 5 $\Gamma(\lambda = 3)$

β randomnumbers

$$f(x) = \frac{1}{B(a,b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1}$$

where, $B(a,b) = \int_0^1 t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt$

betarand(p1,p2,n)

p1 is λ_1 , p2 is λ_2

```
betarand=: 3 : 0
'p q n'=. y
if. (1>p) *. 1>q do.
  b=. n#1
  r=. n#0
  whilst. 1 e. b do.
    m=. +/b
    x=. (rand01 m) ^%p
    y=. x+(rand01 m) ^%q
    t=. 1>:y
    z=. (t#x)%t#y
    i=. t#b#i.#b
    b=. 0 i } b
    r=. (z+i{r) i } r
  end.
else.
  s%(gammarand q,n)+s=. gammarand p,n
end.
```

'stick' plot 10 hist_count betarand 2 3 10000

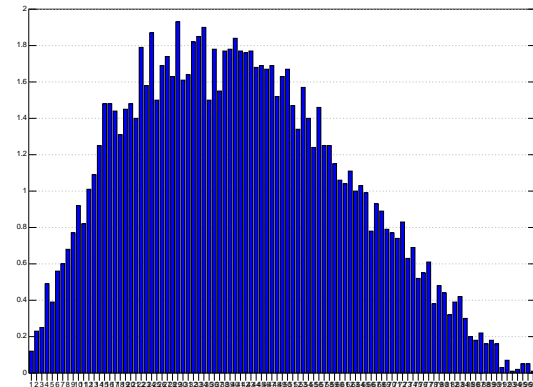


图 6 $\beta(\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3)$

) 'stick' plot 10 hist_count betarand 4 6 10000

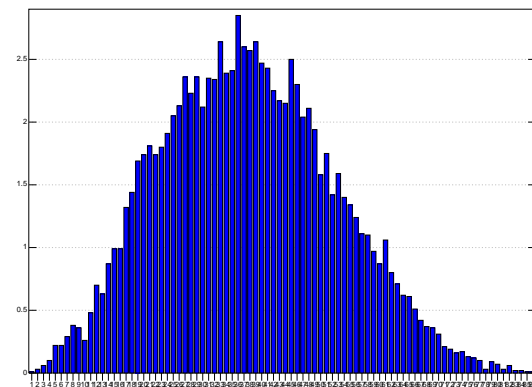


图 7 $\beta(\lambda_1 = 4, \lambda_2 = 6)$

cauchy random numbers

NB. random numbers in a cauchy distribution

NB. with $F(x)=0.5+(\arctan x)\%0.1$

NB.

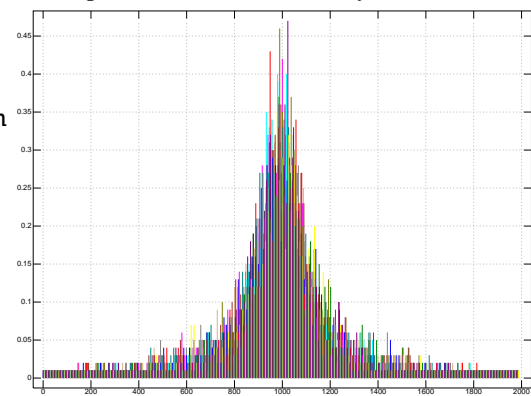
NB. y = number of trials

cauchyrand=: 3 : 0

3 o. o. _0.5+rand01 y

)

'stick' plot 100 hist_count cauchyrand 10000



☒ 8 cauchy

discreterand ((i.4);0.1 0.3 0.4 0.2);10

1 1 3 1 1 2 2 2 3 2

Erlang *Anger Krarup Erlang*(1878-1929) Denmark

コペンハーゲン大学出身、学校で数年間数学を中心に物理、天文、化学を研究し、教えた。数学協会
CTT(Copenhagen Telephone and Telegram) の主任技術者 *Jensen* から電話のコールと待ち時間の問題の解決を
要請される。1908 年から CTT に在籍し、待ち行列の研究に従事。

1909 *The theory of probability and telephone conversation*

Erlang の待ち行列の理論は British Post Office を始めとし各国の電話会社で応用された。

対数などの数学関数の数表の作成にも業績を残した。

issue :(<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/Erlang.html/>)